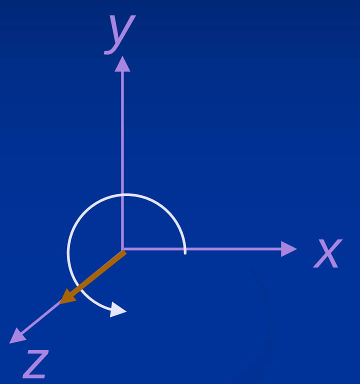
Fizik 101: Ders 18
Ajanda

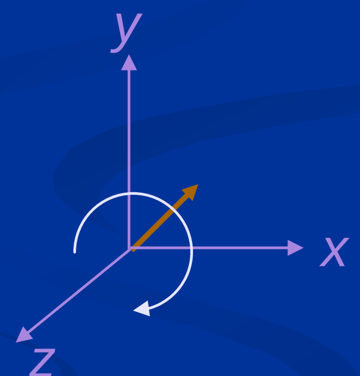
- Özet
- Çoklu parçacıkların dinamiği
- Makara örneği
- Yuvarlanma ve kayma örneği
- Verilen bir eksen etrafında dönme: hokey topu
- Eğik düzlemde aşağı yuvarlanma
- Bowling topu: kayan ve yuvarlanan
- Makaralı Atwood makinesi

Özet: Yön & Sağ El Kuralı

- Rotasyon vektörünün hangi yöne doğru olduğunu bulmak için sağ elinizin parmaklarını cismin döndüğü yönde kıvırın. Baş parmak rotasyonun yönünü yönünü gösterecektir!



- Genelde z-eksenini rotasyon ekseni olarak seçeriz. (şekildeki gibi)
  - $\theta = \theta_z$
  - $\omega = \omega_z$
  - $\alpha = \alpha_z$



- Gerekmediği sürece kolaylık olsun diye indisleri kullanmayız..

Özet: Tork ve Açısal İvme

$$\tau_{NET} = I\alpha$$

- $F_{NET} = ma$ için rotasyon analoğu.
- Tork kuvvetin rotasyon analoğu:
  - Kuvvetçe sağlanan “burulma” miktarı.
- Eylemsizlik momenti I, kütlenin rotasyon analoğu.
  - Eğer I büyükse istenen ivmeye ulaşmak için daha büyük tork gereklidir.

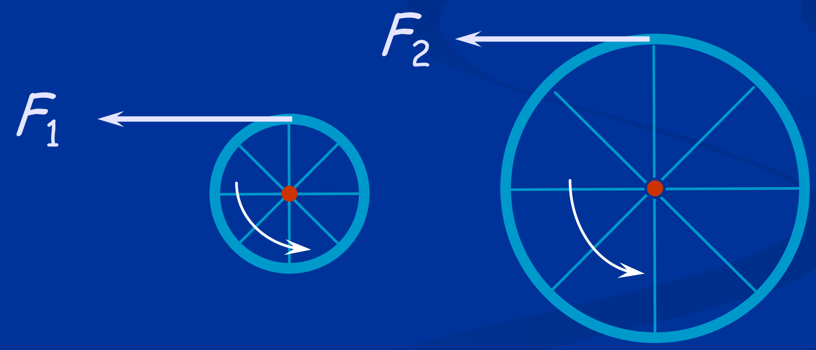
Ders 18, *Soru 1*
Rotasyon

- Şekildeki verilen 2 teker merkezlerindeki eksen etrafında serbestçe dönebilmektedir. Tekerlerin kütleleri eşitken birinin yarıçapı diğerininkinin yarısı kadardır.
- Şekilde gösterildiği gibi F_1 ve F_2 kuvvetleri uygulanıyor. Tekerlerin açısal ivmeleri aynı ise F_2 / F_1 nedir?

(a) 1

(b) 2

(c) 4



Ders 18, *Soru 1*
Çözüm

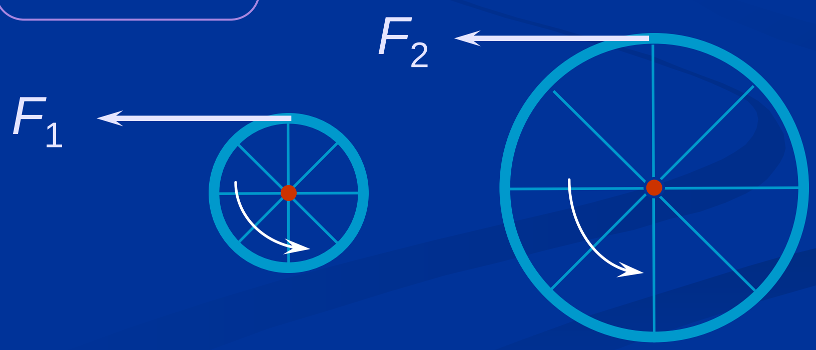
Tork: $\tau = \mathrm{I}\alpha$

ama $\tau = FR$ ve $I = mR^2$

➔ $FR = mR^2\alpha$

$F = mR\alpha$ ➡ $\dfrac{F_2}{F_1} = \dfrac{mR_2\alpha}{mR_1\alpha} = \dfrac{R_2}{R_1}$

Zira $R_2 = 2R_1$ ➡ $\boxed{\dfrac{F_2}{F_1} = 2}$



Özet: İş & Enerji

- Tork τ etkisinde θ yer değiştirmesi için yapılan iş:

$$\boxed{W = \tau\theta}$$

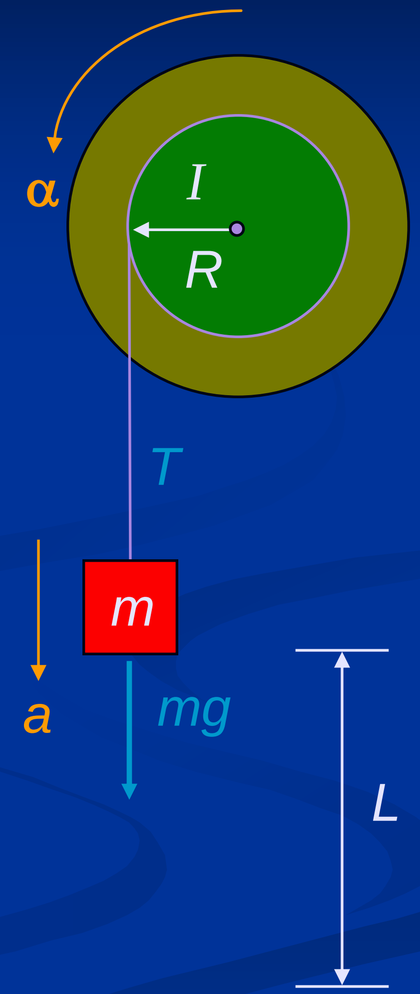
- Sabit bir tork'un gücü:

$$\boxed{P = \frac{dW}{dt} = \tau\frac{d\theta}{dt} = \tau\omega}$$

Düşen Kütle & makara

- *m* kütleli bir cisim bir ip ile bir makaraya asılıyor. İp *R* yarıçaplı makaranın etrafında sarılı olup makara merkezindeki bir bilye yardımıyla rahatlıkla dönebilmektedir. Makara ve bilye sisteminin eylemsizlik momenti *I*`dır. İp makarada kaymamaktadır.

  - Makara durgunken dönmeye başlar. Kütlenin L kadar düşmesi için ne kadar süre gereklidir.

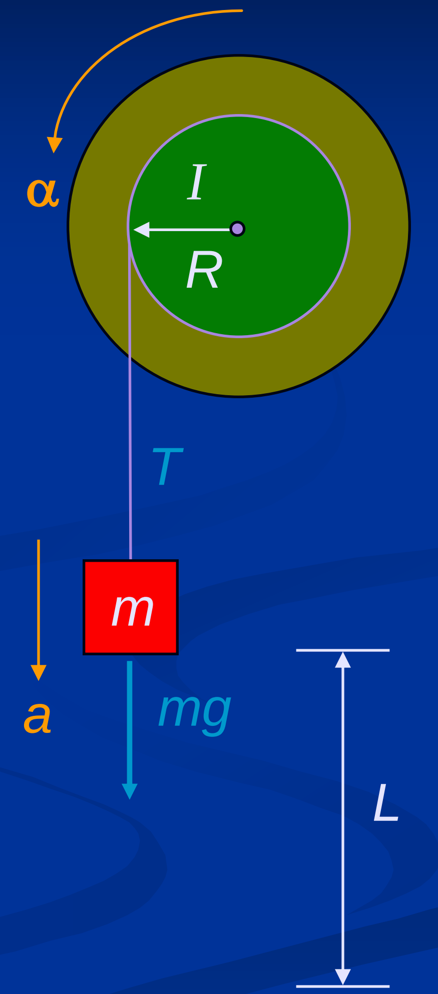


Düşen Kütle & makara...

- Asılı kütle için $F = ma$
  - $mg - T = ma$
- Makara ve bilye için $\tau = I\alpha$
  - $\tau = TR = I\alpha$
- Anımsatma: $a = \alpha R$ ➡ $TR = I\dfrac{a}{R}$

- Yukarıdakileri kullanarak *a* yı çekersek.

$$a = \left(\frac{mR^2}{mR^2 + I}\right) g$$

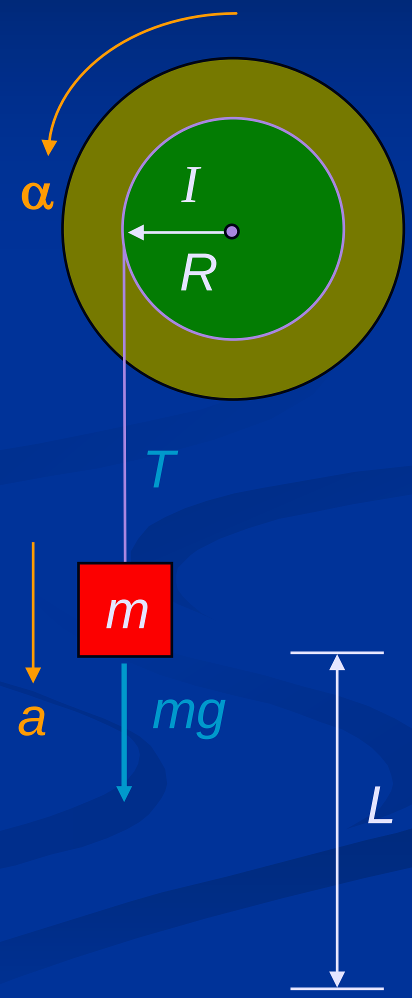


Düşen Kütle & makara...

- 1-D kinematik kullanarak L kadar yol almak için gerekli zamanı bulabiliriz:

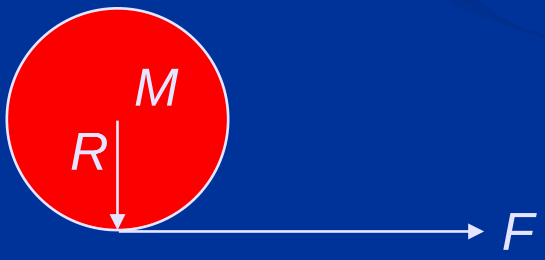
$$L = \frac{1}{2}at^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2L}{a}}$$

burada $$a = \left(\frac{mR^2}{mR^2 + I}\right)g$$



Hareketli eksen etrafında dönme.

- M kütleli ve R yarıçaplı bir diskin etrafına ip sarılır. Başlangıçta disk sürtünmesiz yatay bir düzlem üzerinde durgundur. İp bir F kuvveti ile çekilir ve kaymadan çözülür.
  - Disk D kadar hareket ederse çözülen ip uzunluğu L nedir?

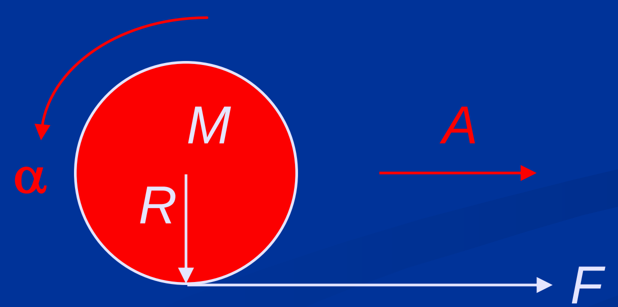


Tepeden bakış

Hareketli eksen etrafında dönme...

- Kütle merkezinin hareketi *F = MA* $\Rightarrow$ $A = \dfrac{F}{M}$
  - KM'nin aldığı mesafe $D = \dfrac{1}{2}At^2 = \dfrac{F}{2M}t^2$
  - Disk KM etrafında $\tau = I\alpha$ $\Rightarrow$ $\alpha = \dfrac{\tau}{I} = \dfrac{RF}{\frac{1}{2}MR^2} = \dfrac{2F}{MR}$
  - ya göre dönecek.
  - Açısal yer değiştirme $\theta = \dfrac{1}{2}\alpha t^2 = \dfrac{F}{MR}t^2$

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$



Hareketli eksen etrafında dönme...

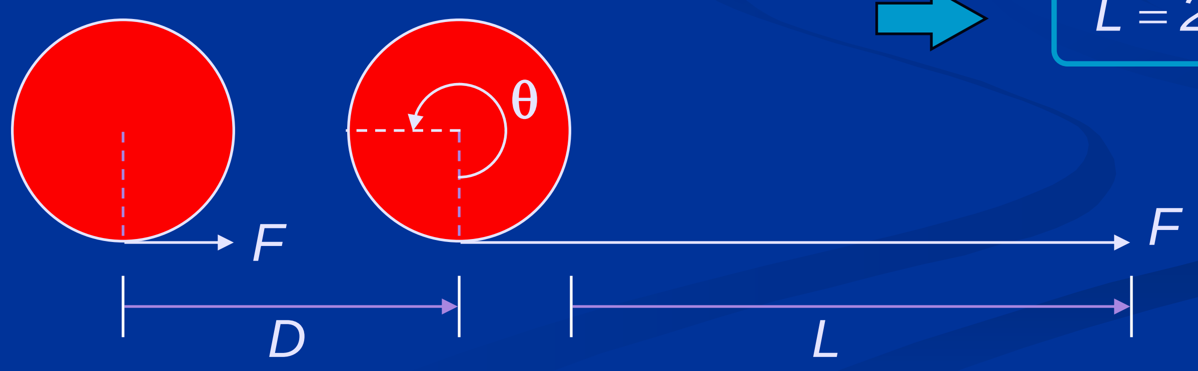
- KMnin aldığı mesafe ve KM etrafında dönme zamanın bir fonksiyonudur:

$$D = \frac{F}{2M}t^2 \quad \text{(a)} \qquad \theta = \frac{F}{MR}t^2 \quad \text{(b)}$$

(b) yi (a)ya bölersek: $\frac{\theta}{D} = \frac{2}{R}$ ⇨ $R\theta = 2D$

İpin uzunluğu $L = R\theta$:

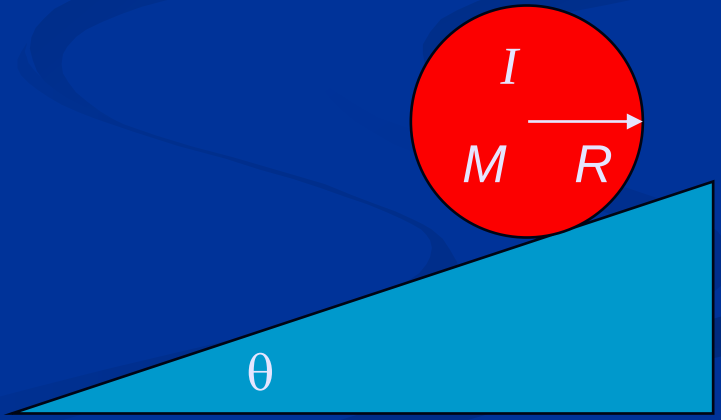
⇨ $\boxed{L = 2D}$



Yuvarlanma

- Yatay ile θ açısı yapan bir eğik düzlemde kütlesi M yarıçapı R ve eylemsizlik momenti I olan bir cisim kaymadan aşağı yuvarlanıyor. Cismin ivmesi nedir?

- Öncekinde olduğu gibi burada da KM hareketini ve KM etrafındaki dönme hareketini birbirinden ayrı dikkate almamız gerek.



Yuvarlanma...

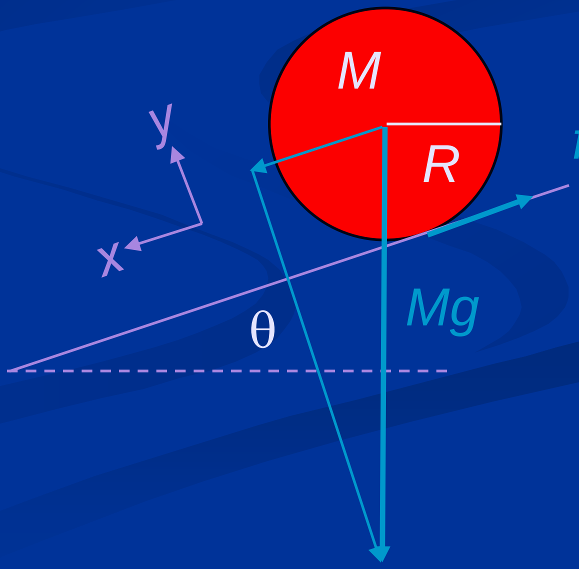
- Yuvarlanma statik sürtünmeden dolayıdır. Statik sürtünme bilinmiyor, ilk onu bulmalıyız.
- KM için serbest cisim diyagramı $F_{NET} = MA_{KM}$:

  x yönünde $Mg \sin\theta - f = MA$

- 2. adımda KM etrafındaki rotasyona bakalım ve $\tau = I\alpha$ kullanalım. bilinenler

  $\tau = Rf$ ve $A = \alpha R$

$$Rf = I\frac{A}{R} \Rightarrow f = I\frac{A}{R^2}$$



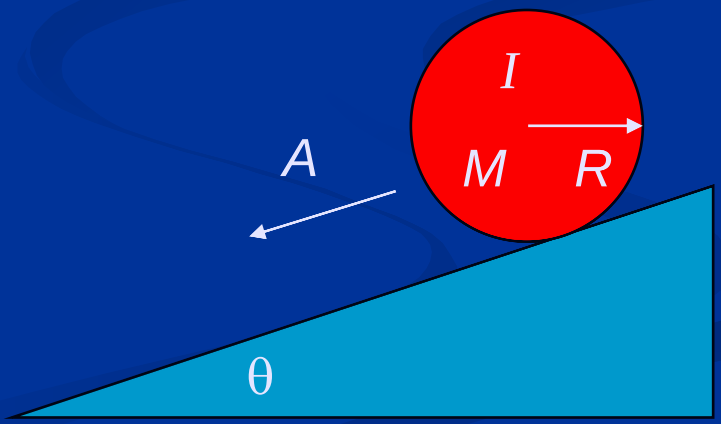
Yuvarlanma...

- 2 denklemimiz var: $Mg\sin\theta - f = MA$ $\quad f = I\dfrac{A}{R^2}$
- İkisinden f yi çekersek:

$$A = g\,\frac{MR^2\sin\theta}{MR^2 + I}$$

Küre için

$$A = g\,\frac{MR^2\sin\theta}{MR^2 + \frac{2}{5}MR^2} = \frac{5}{7}g\sin\theta$$



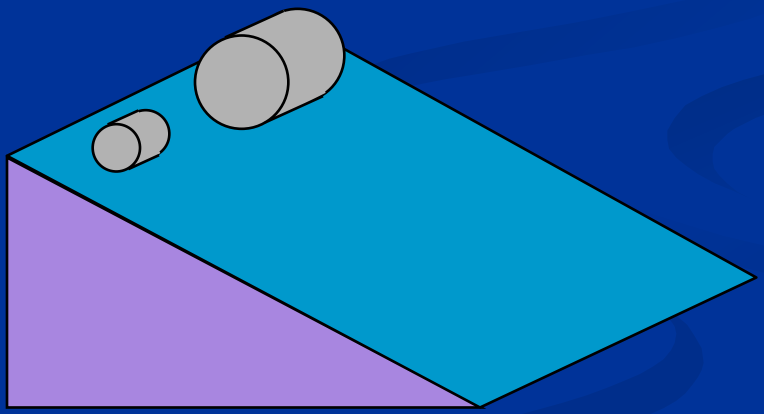
Ders 18, *Soru 2*
Rotasyon

- İki adet katı alüminyumdan yapılmış silindirden büyüğünün yarıçapı küçüğünün 2 katı kadardır.
  - İkisi de bir rampanın tepesinden serbest bırakılırsa hangisi önce aşağı iner?

(a) büyük

(b) küçük

(c) aynı



Ders 18, *Soru 2*
Çözüm

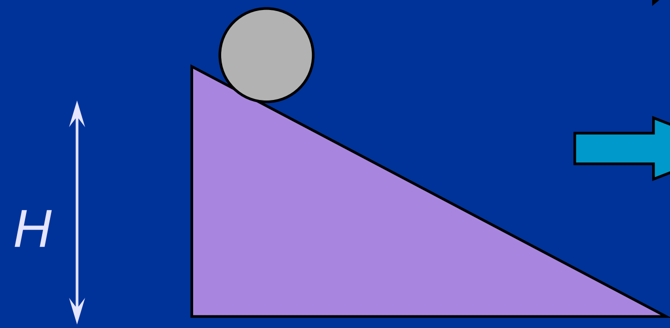
- Önce birini dikkate alalım. Yarıçapı *R*, kütlsi *M* eğim yüksekliği *H* olsun.

Enerji korunumundan: $\Delta U = \Delta K$ $\Rightarrow$ $MgH = \frac{1}{2} I\omega^2 + \frac{1}{2} MV^2$

ama $I = \frac{1}{2} MR^2$ ve $\omega = \frac{V}{R}$

$$\Rightarrow \quad MgH = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} MR^2\right)\frac{V^2}{R^2} + \frac{1}{2} MV^2$$

$$\Rightarrow \quad MgH = \frac{1}{4} MV^2 + \frac{1}{2} MV^2 = \frac{3}{4} MV^2$$



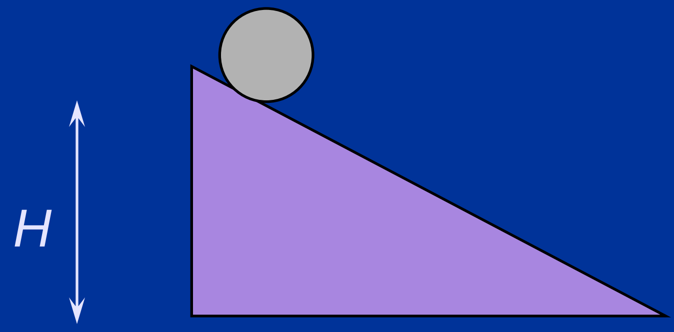
Ders 18, *Soru 2*
Çözüm

yani: $\cancel{M}gH = \frac{3}{4}\cancel{M}V^2 \Rightarrow gH = \frac{3}{4}V^2$

$\Rightarrow V = \sqrt{\frac{4}{3}gH}$

(c) büyüklükten ve kütleden bağımsız,

Şekilleri aynı olduğu sürece!!



Ders 18, *Soru 3*
Rotasyon

- Bir bowling topu (düzgün küre) yerde kaymadan yuvarlanıyor.
  - Rotasyon kinetik enerjisinin translasyon (yerdeğiştirme) kinetik enerjisine oranı nedir?

(a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{2}{5}$ (c) $\frac{1}{2}$

anımsatma $I = \frac{2}{5}MR^2$ küre için KM\`nden geçen eksene göre:

Ders 18, *Soru 3*
Çözüm

- Toplam KE kısmi olarak rotasyondan ve kısmi olarakta KM translasyonundan.

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} M V^2$$

rotasyonal translasyonal

K K

Ders 18, *Soru 3*
Çözüm

$K = \frac{1}{2} I\omega^2 + \frac{1}{2} MV^2$

Kaymadan yuvarlandığından: $\omega = \frac{V}{R}$

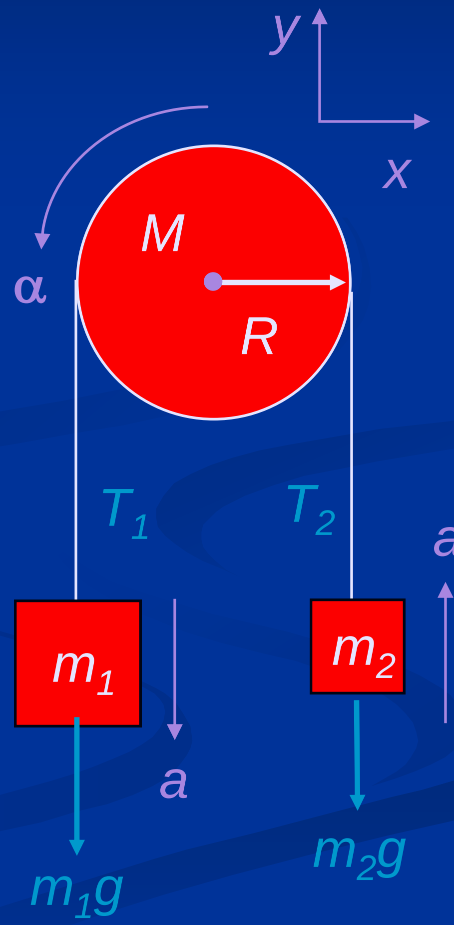
rotasyonal translasyonal

K K

$$\frac{K_{ROT}}{K_{TRANS}} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}} I\omega^2}{\cancel{\frac{1}{2}} MV^2} = \frac{\left(\frac{2}{5} MR^2\right)\frac{V^2}{R^2}}{MV^2} = \frac{2}{5}$$

Makaralı Atwood Makinesi :

- Şekilde görüldüğü gibi 1 çift kütle disk şeklindeki bir makara üzerinden asılmıştır.
  - Kütlelerin ivmesi nedir?
    - Asılı kütleler için $F = ma$
      - $m_1 g - T_1 = -m_1 a$
      - $-m_2 g + T_2 = m_2 a$



- Makara için $\tau = I\alpha \quad = I\dfrac{a}{R}$
  - $T_1 R - T_2 R \quad = \mathrm{I}\dfrac{a}{R} = \dfrac{1}{2} MRa$

(çünkü $I = \dfrac{1}{2} MR^2$ dik için)

Makaralı Atwood Makinesi...

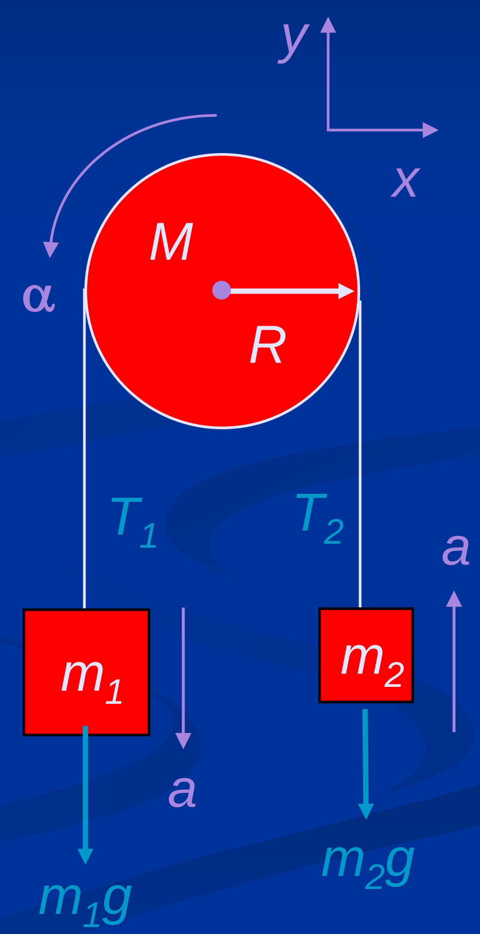
- 3 bilinmeyenli (T_1, T_2, a) 3 denklem den a yı çekeriz:

$$-m_1 g + T_1 = -m_1 a \qquad (1)$$

$$-m_2 g + T_2 = m_2 a \qquad (2)$$

$$T_1 - T_2 = \frac{1}{2} Ma \qquad (3)$$

$$\boxed{a = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + M/2} \right) g}$$



Özet

- Özet
- Çoklu parçacıkların dinamiği
- Makara örneği
- Yuvarlanma ve kayma örneği
- verilen bir eksen etrafında dönme: hokey topu
- Eğik düzlemde aşağı yuvarlanma
- Bowling topu: kayan ve yuvarlanan
- Makaralı Atwood makinası