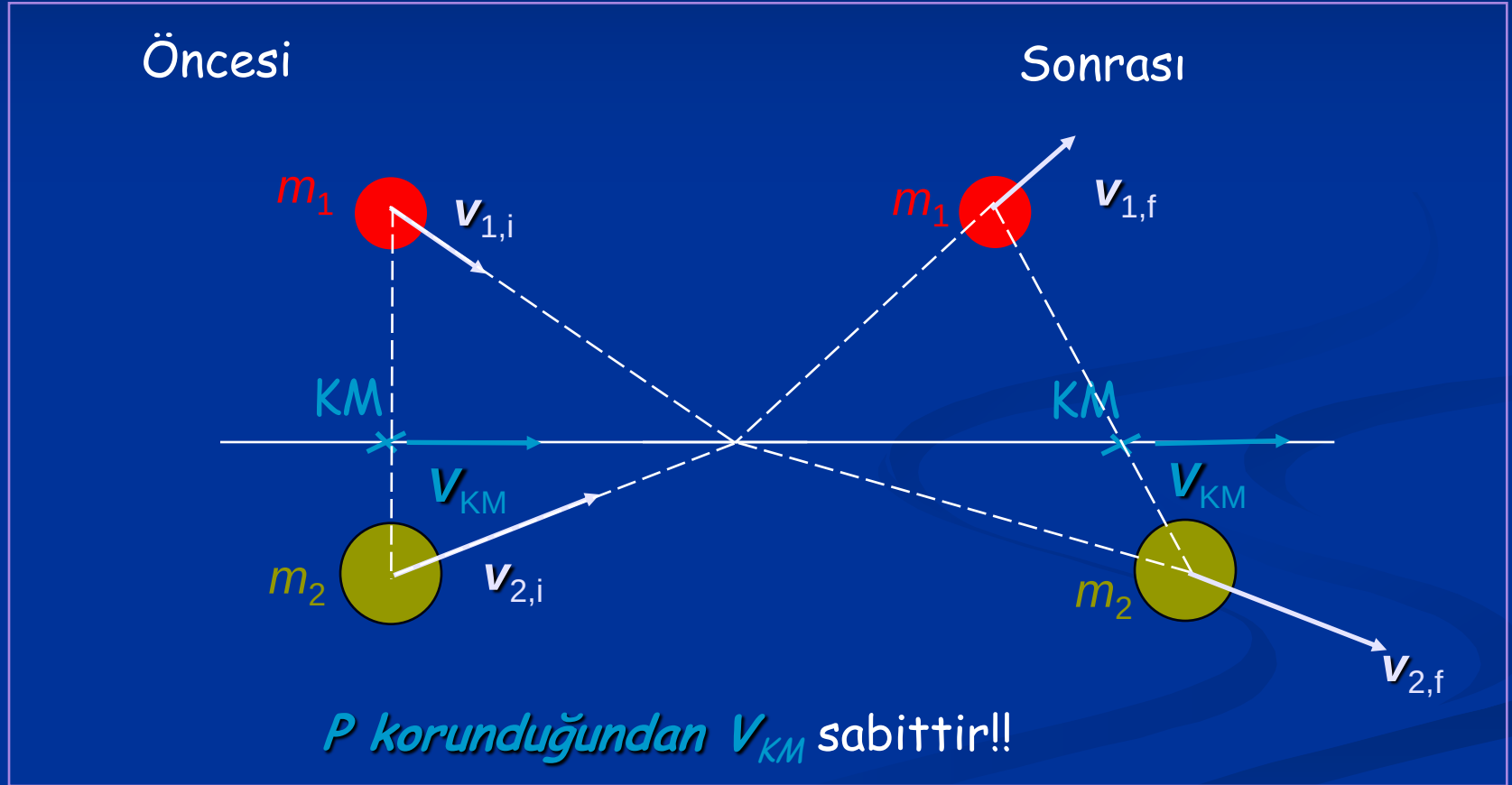


Fizik 101: Ders 15

Ajanda

- İki boyutta elastik çarpışma
- Örnekler (nükleer saçılma, bilardo)
- Impulse ve ortalama kuvvet

İki boyutta 2 cismin elastik çarpışması



Elastik Çarpışmada Enerji:

Önceki slayttan:

$$V_{1,i}^{*2} = V_{1,f}^{*2}$$

1 boyuttaki anlamı:

$$V_{1,f}^* = -V_{1,i}^*$$

$$V_{2,f}^* = -V_{2,i}^*$$

2 yada 3 boyutta:

$$|V_{1,i}^*| = |V_{1,f}^*| \qquad |V_{2,i}^*| = |V_{2,f}^*|$$

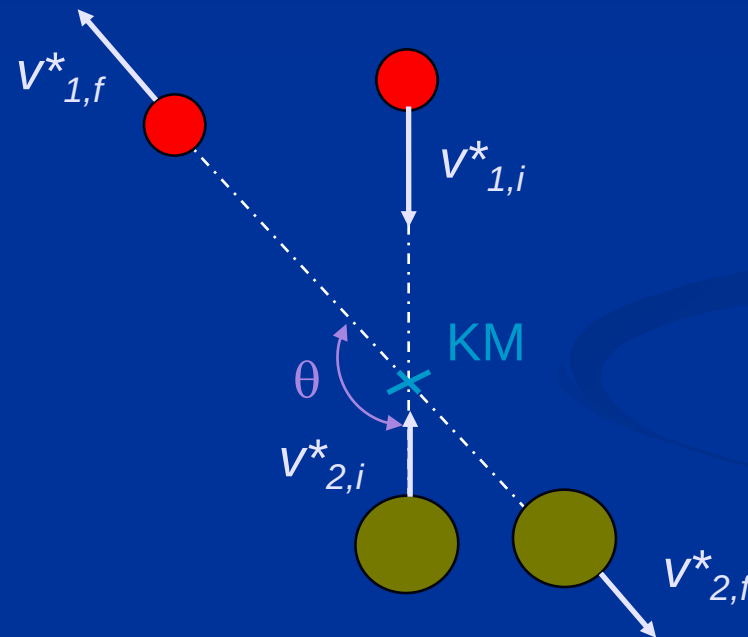
Elastik Çarpışma:

■ Görüyoruz ki:

$$|v_{1,i}^*| = |v_{1,f}^*|$$

$$|v_{2,i}^*| = |v_{2,f}^*|$$

KM çerçevesi:



θ = "çarpışma açısı"

Ders 15, Soru 1

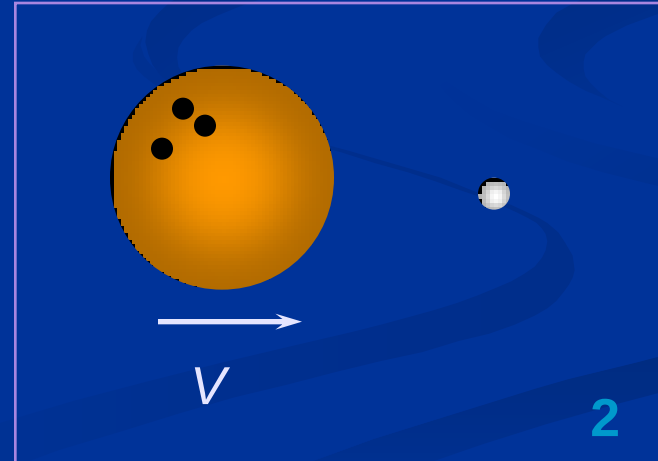
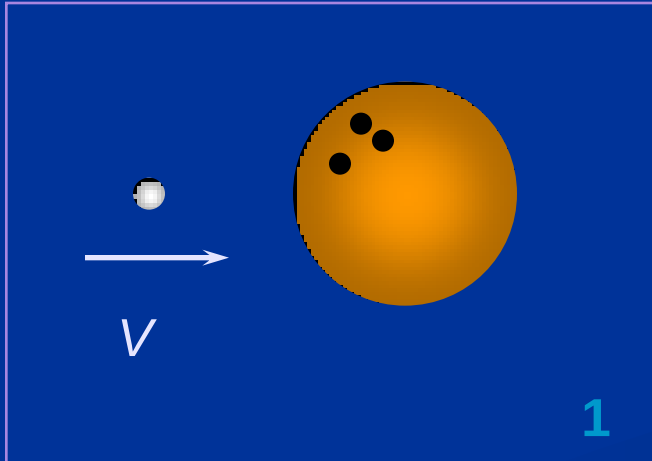
Elastik Çarpışma

- Aşağıda iki çarpışma verilmiştir. İlkinde bir golf topu V hızı ile durgun olan bir bowling topuna çarpıyor ve ikincisinde V hızı ile gelen bowling topu duran bir golf topuna çarpıyor.
 - Hangi durumda golf topunun hızı çarpışmadan sonra daha fazladır?

(a) 1

(b) 2

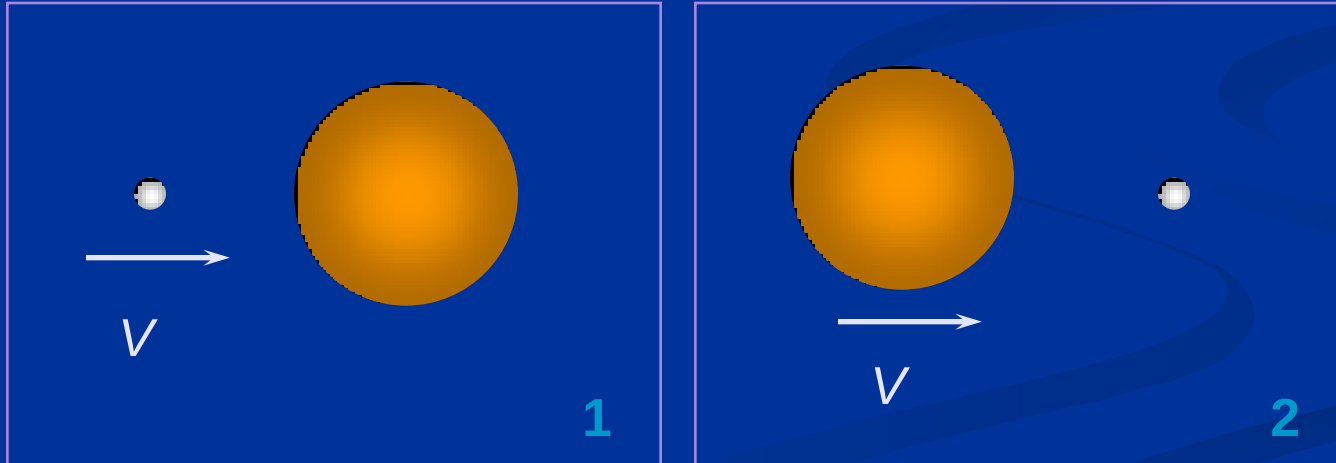
(c) aynı



Ders 15, Soru 1

Çözüm

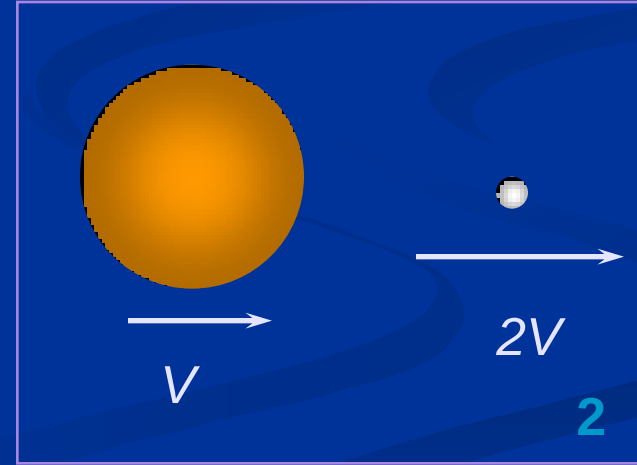
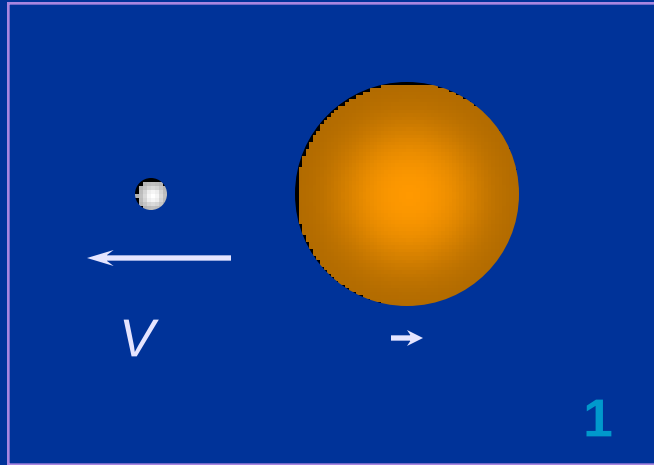
- İki cismin elastik çarpışmadan önce *birbirine yaklaşma hızı* ile çarpışmadan sonra *birbirinden uzaklaşma hızı* aynıdır.
- Bowling topu golf topundan daha ağır olduğundan her iki çarpışmada da hızı daha az değişecektir.



Ders 15, Soru 1

Çözüm

- İlk durumda bowling topu hemen hemen durgun kalacak ve golf topu V ye yakın bir hızla geri dönecek.
- İkinci durumda bowling topu V hızına yakın bir hızla yoluna devam edecek dolayısıyla golf topu $2V$ hızına yakın bir hızla geri tepecektir.

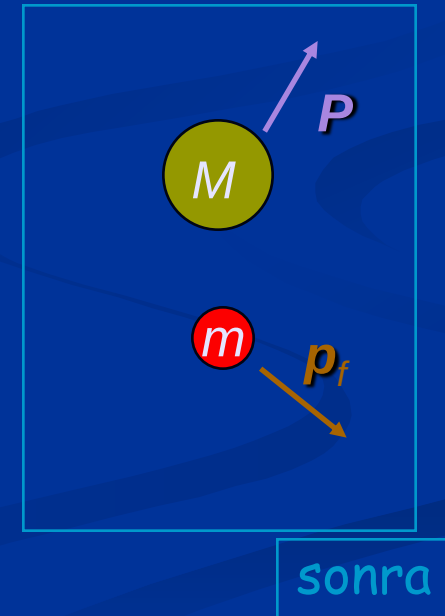
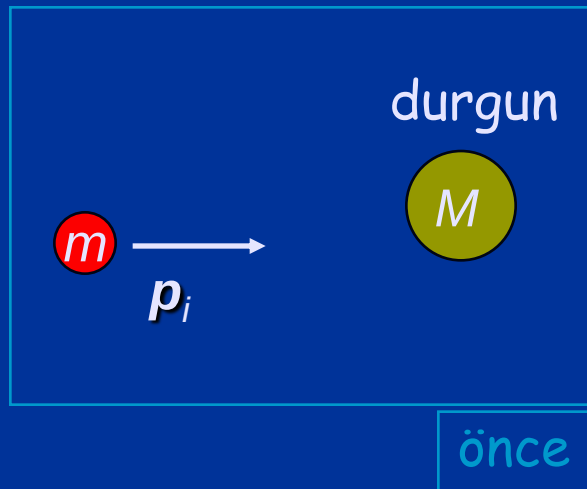


2-Cismin 2 Boyutta Elastik Çarpışması

- Çarpışma öncesi hızları bildiğimizi farz edelim.
- Çarpışmadan sonra cisimlerin hareketleri hakkında bilgi elde etmek istiyoruz.
 - Yani: $v_{1x,f}$, $v_{1y,f}$, $v_{2x,f}$, $v_{2y,f}$
- Başka ne biliyoruz :
 - Elastik bir çarpışmada kinetik enerji ve momentum korunur. Bunlardan 3 denklem elde ederiz:
 - $E_f = E_i$
 - $P_{x,f} = P_{x,i}$ (Burada $P_x = p_{1x} + p_{2x} = m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x}$ vs)
 - $P_{y,f} = P_{y,i}$
- 3 denklem ve 4 bilinmeyen var:
 - Başka bilgilere ihtiyacımız var (çarpışma açısı, kütleler).

2 Boyutta Elastik Çarpışması: Nükleer Çarpışma

- Kütle M bilinmeyen bir parçacık başlangıçta durgundur. Kütle m olan başka bir parçacık p_i momentumu ile çarpar. Çarpışmadan sonra, çarpan parçacığın momentumu p_f olarak ölçülüyor.
 - Verilenler p_i , p_f ve m cinsinden M yi bulun.



2 Boyutta Elastik Çarpışması: Nükleer Çarpışma

Bilinenler:

$$p_i, p_f, m$$

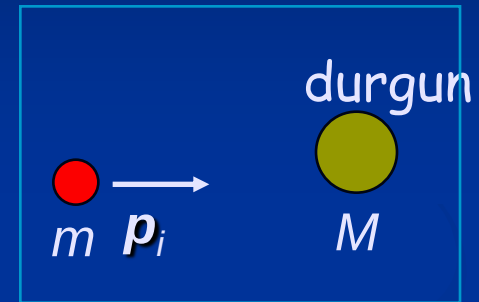
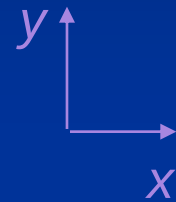
Arananlar:

$$p_x, p_y, M$$

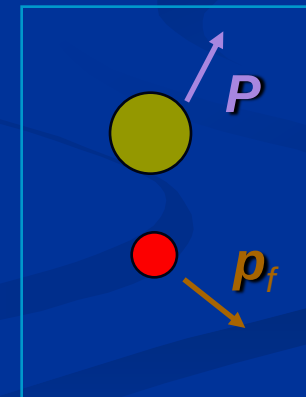
Elde var 3 denklem:

- 1) x yönünde momentumun korunumu
- 2) y yönünde momentumun korunumu
- 3) enerjinin korunumu

3 bilinmeyen 3 denklem! Çözüm **MÜMKÜN!**



önce



sonra

Kinetik Enerji

- Kinetik Enerji : $K = \frac{1}{2}mv^2$

Kinetik enerjiyi momentum cinsinden ifade etmek mümkün:

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

$$= \frac{m^2 v^2}{2m}$$

$$= \frac{(m v)^2}{2m}$$

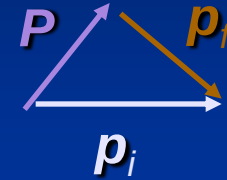


$$K = \frac{p^2}{2m}$$

2 Boyutta Elastik Çarpışması: Nükleer Çarpışma

- Momentumun korunumu: $p_i = p_f + P$

- $\Rightarrow P^2 = (p_i - p_f)^2$



- Kinetik enerji korunumu:

$$\frac{p_i^2}{2m} = \frac{p_f^2}{2m} + \frac{P^2}{2M} \quad \Rightarrow \quad P^2 = 2M \left(\frac{p_i^2}{2m} - \frac{p_f^2}{2m} \right)$$

Mom. Korun. $P^2 = (p_i - p_f)^2$

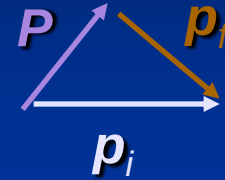


$$M = m \left[\frac{(p_i - p_f)^2}{p_i^2 - p_f^2} \right]$$

2 Boyutta Elastik Çarpışması: Nükleer Çarpışma

- Sonuç:

$$M = m \left[\frac{(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_f)^2}{p_i^2 - p_f^2} \right]$$



- Eğer p_i ve p_f ölçer ve m biliniyorsa M değeri bulunur.
 - Görmediğimiz bir şey hakkında bir şeyler öğrenebiliriz!
- Atomik, nükleer ve parçacık fiziğinde yapılan onca işin arkasındaki temel fikir budur.

Rutherford Saçılması

- Enerjisi, E_i bilinen helyum çekirdeği (α parçacıkları) ile bilinmeyen bir örnek dövülür. Gelen parçacıklara göre çarpışmadan $\sim 180^\circ$ ile geri dönen parçacıkların enerjisi E_f ölçülür.



Rutherford Saçılması

$$M = m \left[\frac{(p_i - p_f)^2}{p_i^2 - p_f^2} \right]$$



■ 180° durumunda çok daha basit:

$$M = m \left[\frac{(p_i + p_f)^2}{p_i^2 - p_f^2} \right] = m \frac{(v_i + v_f)(v_i + v_f)}{(v_i + v_f)(v_i - v_f)}$$

$$\Rightarrow M = m \frac{(v_i + v_f)}{(v_i - v_f)} \Rightarrow v_f = v_i \frac{(M - m)}{(M + m)}$$

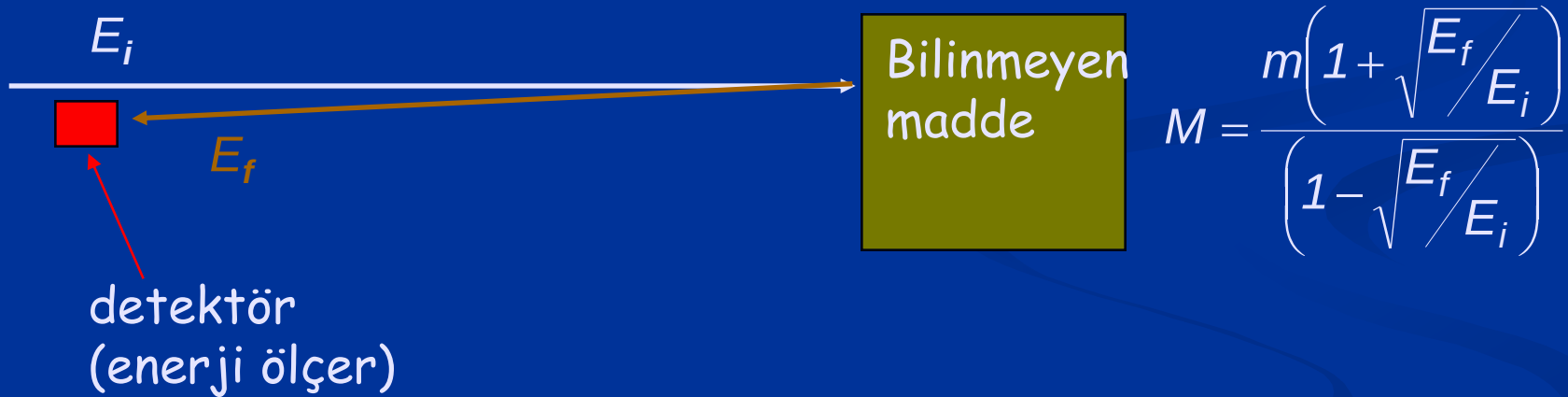
$$\Rightarrow \frac{E_f}{E_i} = \frac{\frac{1}{2}mv_f^2}{\frac{1}{2}mv_i^2} = \left(\frac{M - m}{M + m} \right)^2$$

M çözülürse

$$M = \frac{m \left(1 + \sqrt{E_f / E_i} \right)}{\left(1 - \sqrt{E_f / E_i} \right)}$$

Rutherford Saçılması

- Enerjisi, E_i bilinen helyum çekirdeği (α parçacıkları) ile bilinmeyen bir örnek dövülür. Gelen parçacıklara göre çarpışmadan $\sim 180^\circ$ ile geri dönen parçacıkların enerjisi E_f ölçülür.



Bu sayede bilinmeyen maddenin çekirdek kütleini öğreniriz.

(Hangi maddeden yapıldığını çıkartırız.).

Rutherford Saçılması

- Örneğin: Çarpan α parçacıklarının başlangıç enerjileri $E_i = 2 \text{ MeV}$ olsun ve bilinmeyen maddeden saçıldıktan sonra geri dönen α parçacıklarının enerjisi $E_f = 1.1 \text{ MeV}$ olsun. Bilinmeyen maddenin ağırlığı nedir?
 - $m(\alpha) = 4$ (2 proton, 2 netron)

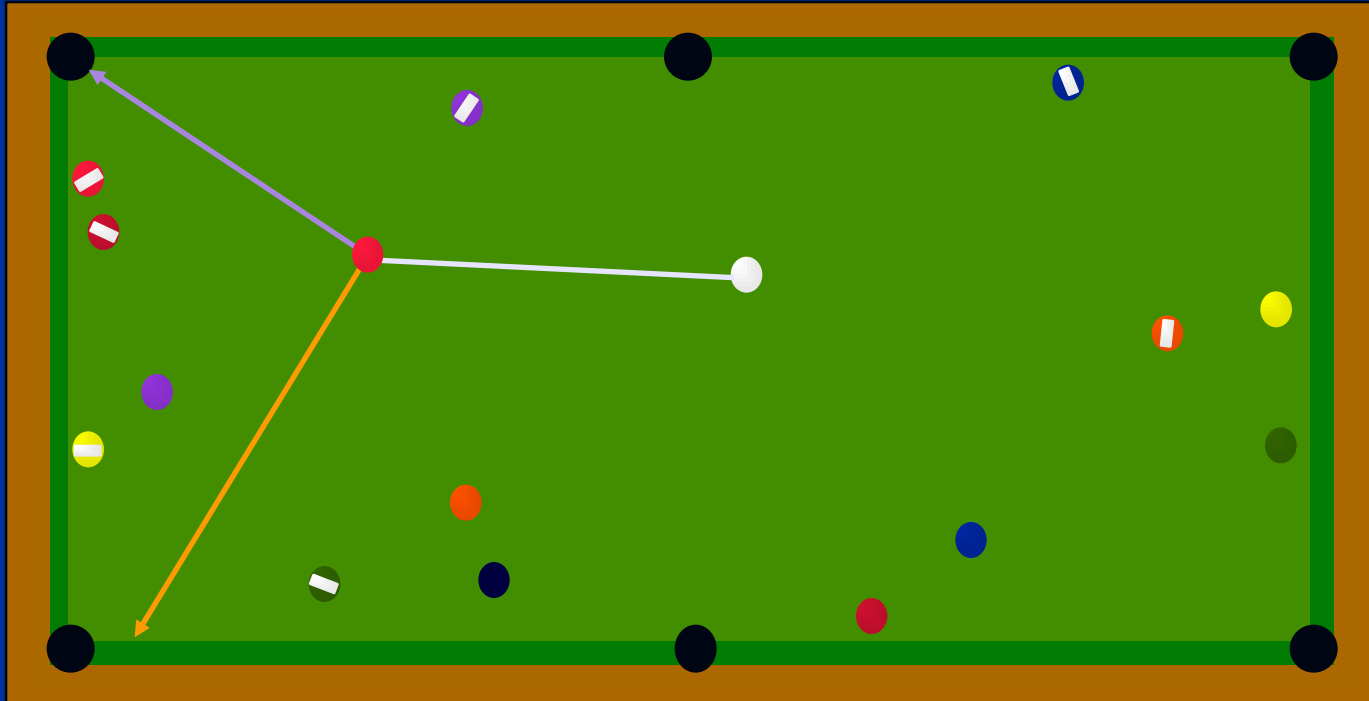
- $\rightarrow M = \frac{m \left(1 + \sqrt{E_f / E_i} \right)}{\left(1 - \sqrt{E_f / E_i} \right)} = \frac{4 \left(1 + \sqrt{1.1 / 2} \right)}{\left(1 - \sqrt{1.1 / 2} \right)} \rightarrow$

$$M = 27$$

Aliminyum!! (13 proton,
14 neutron)

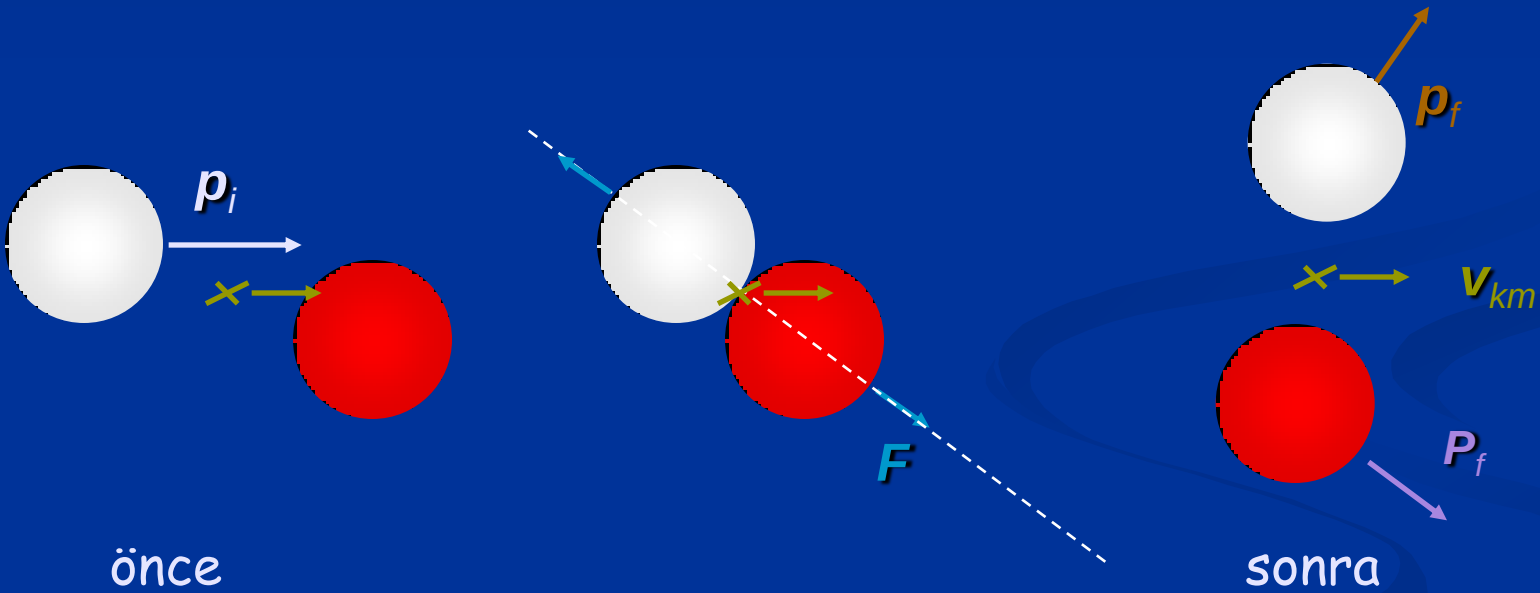
2 Boyutta Elastik arpışması: Bilardo

- Eğer sadece istaka topunun ilk hızını biliyorsak çarpışmadan sonraki durum hakkında yeteri bilgimiz yok ama buna rağmen bazı şeyler öğrenebiliriz.



Bilardo.

- Topun birinin durgun olduđu duruma bakalım:



Kırmızı topun son durumdaki yönü nereden çarpıldığına bağlı.

Bilardo.

- Momentum korunur: $p_i = p_f + P_f$

$$p_i^2 = (p_f + P_f)^2 = p_f^2 + P_f^2 + 2 p_f \cdot P_f$$

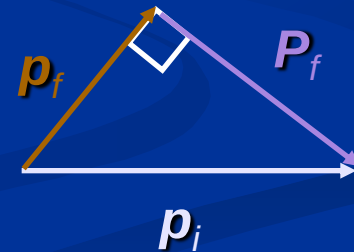
- Kinetik enerji korunur:

$$\frac{p_i^2}{2m} = \frac{p_f^2}{2m} + \frac{P_f^2}{2m} \quad \Rightarrow \quad p_i^2 = p_f^2 + P_f^2$$

$$p_f \cdot P_f = 0$$

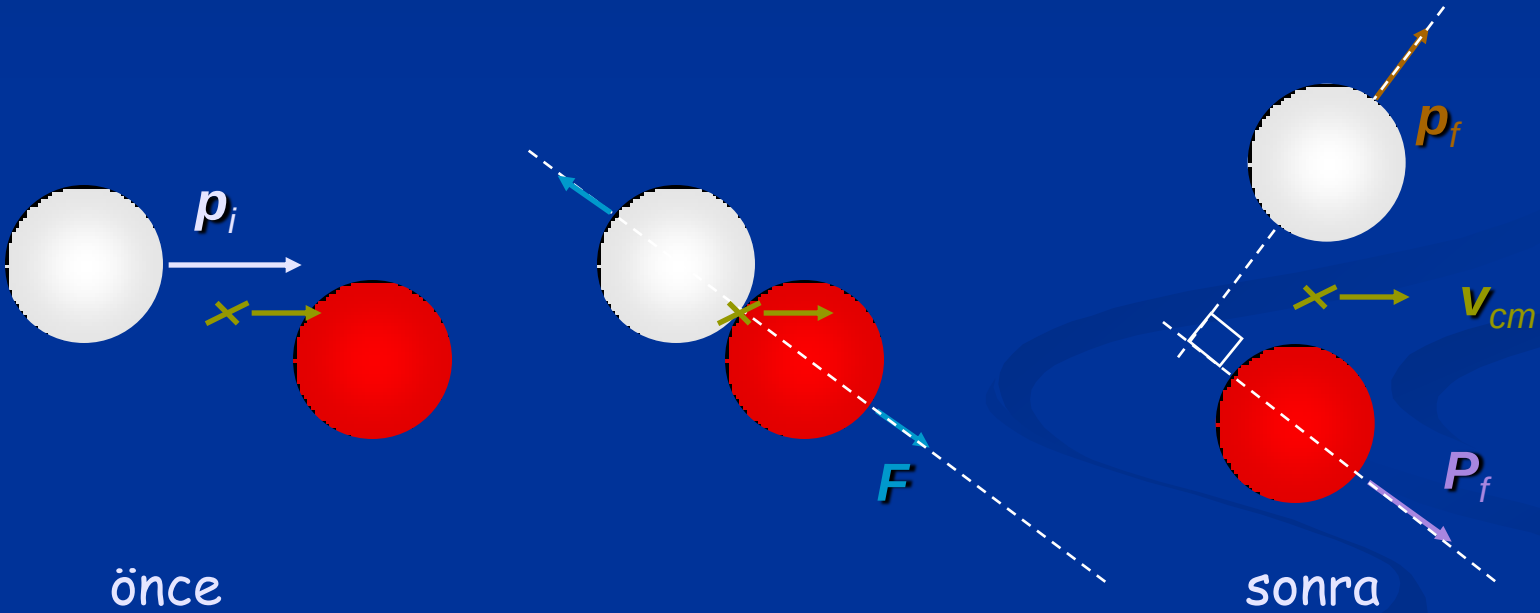
- İki denklemin karşılaştırılmasından:

Dolayısıyla, P_f ve p_f **dik** olmalıdır!



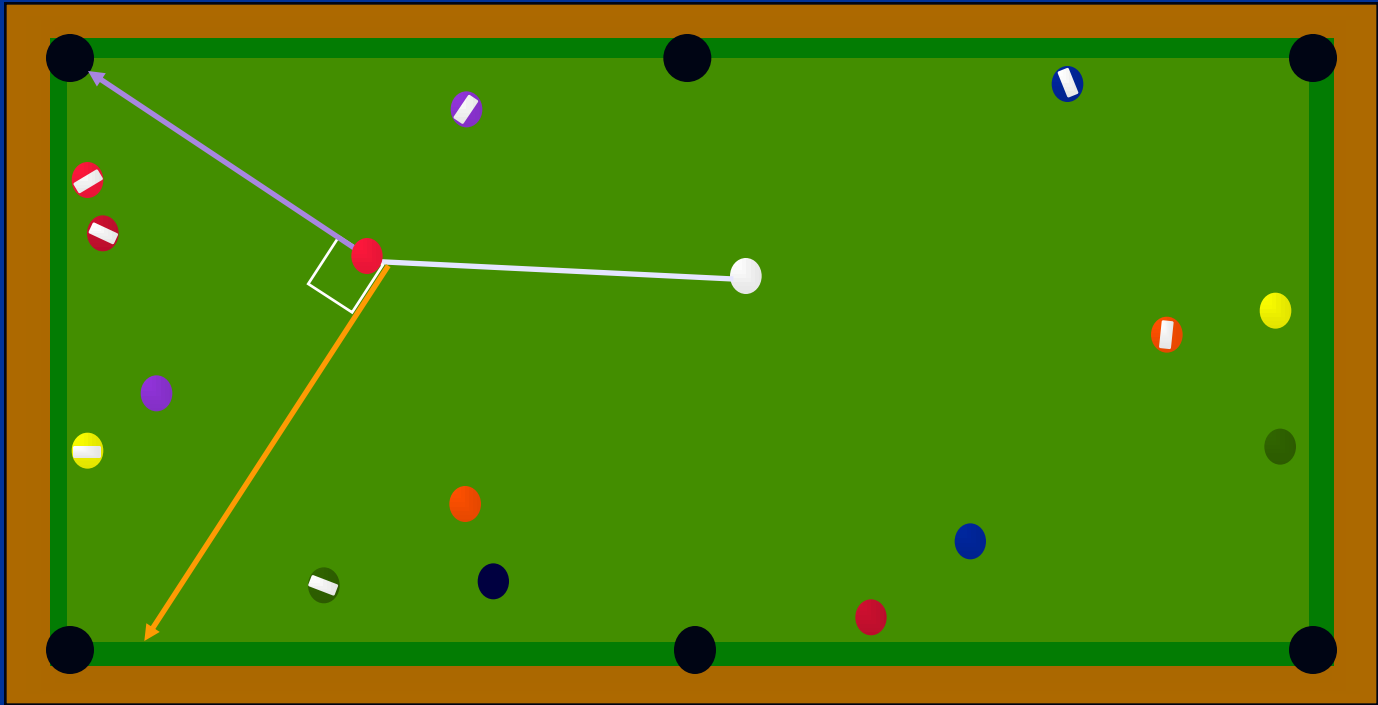
Bilardo.

- Çarpışmadan sonra 90° derece birbirinden ayrılır.



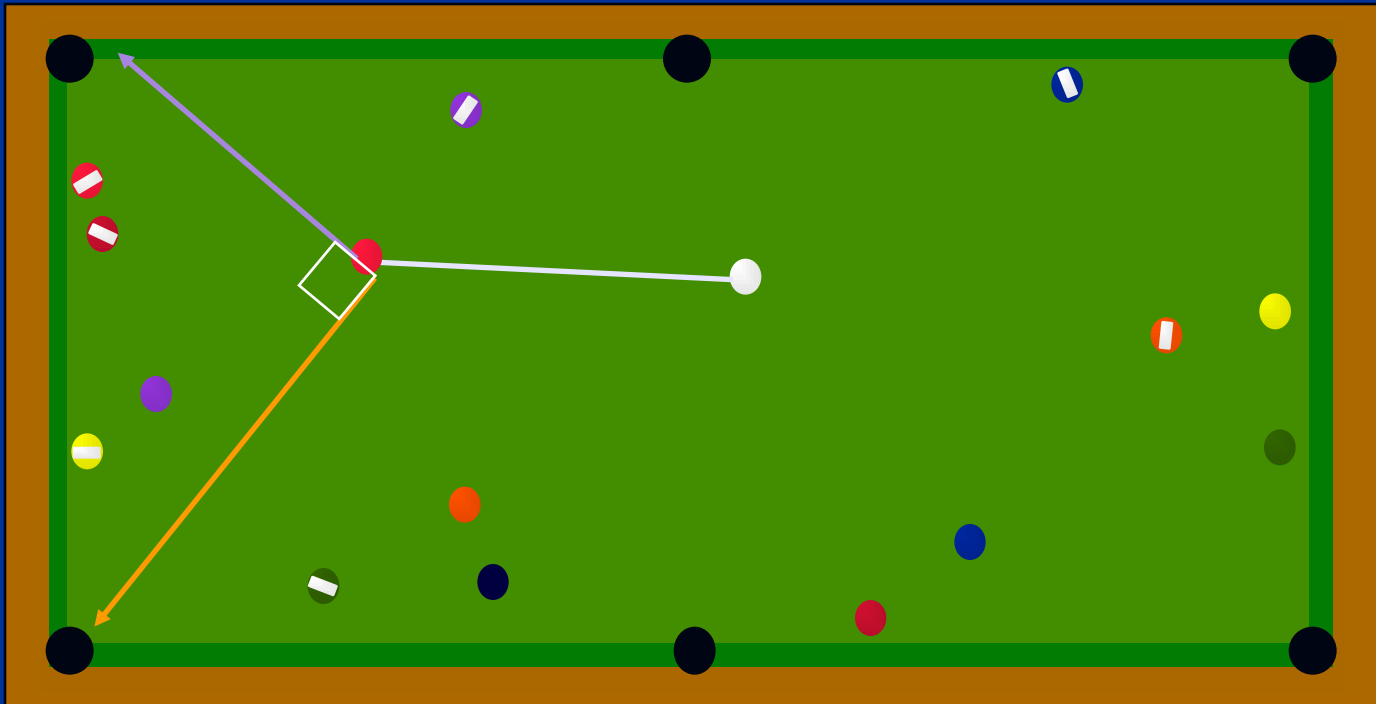
Bilardo.

- Bu şekilde beyaz topu tutarak kırmızı topu deliğe gönderebiliriz.



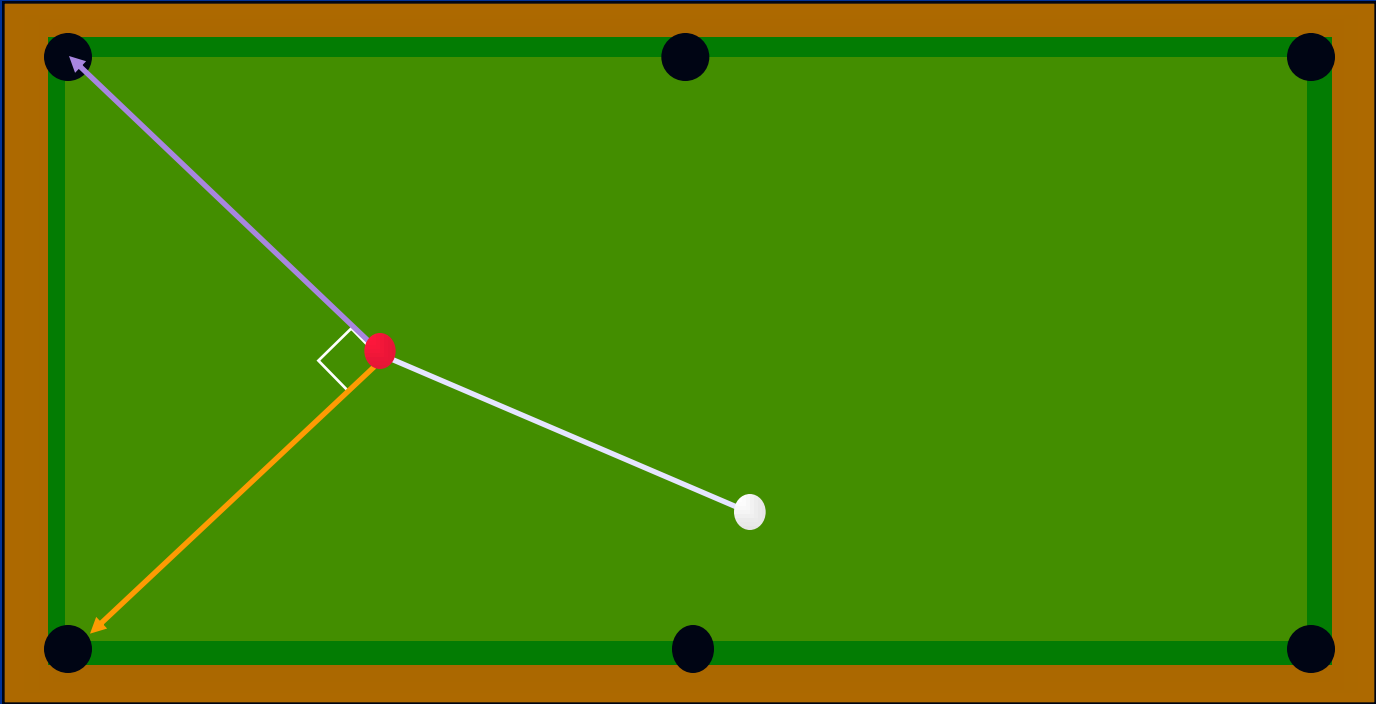
Bilardo.

- Bu şekilde beyaz topu tutarak kırmızı topu deliğe gönderebiliriz.
- Yada yanından geçebilir. Bildiğimiz tek şey toplar çarpıştıktan sonraki açısı 90° .



Bilardo.

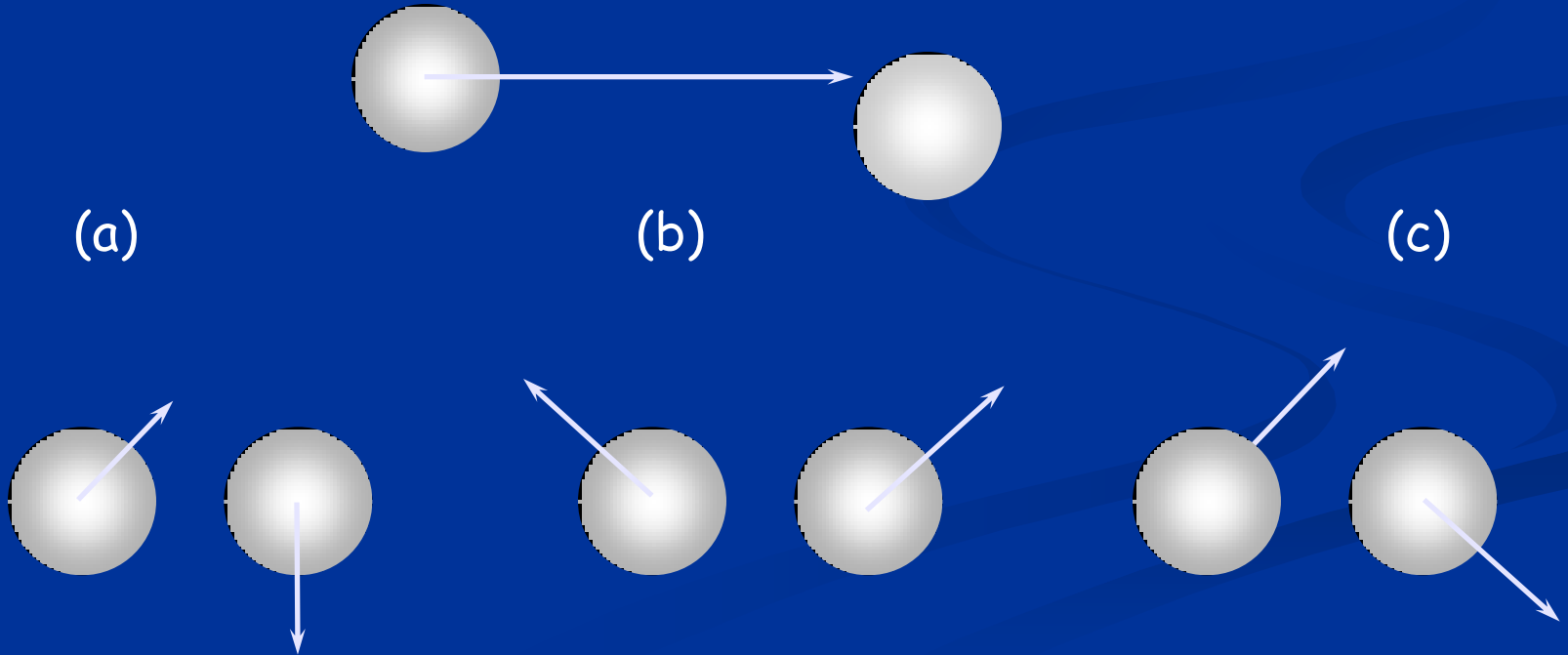
- Topların ikisini de nasıl deliğe gönderebilirsiniz? !



Ders 15, Soru 2

2 Boyutta Elastik Çarpışma

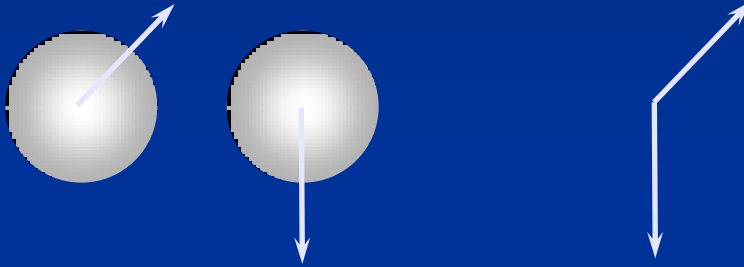
- Şekilde görüldüğü gibi hareketli bir top duran topa vuruyor. Çarpışma elastiktir.
 - Çarpışmadan sonra topların olası yolları nedir?



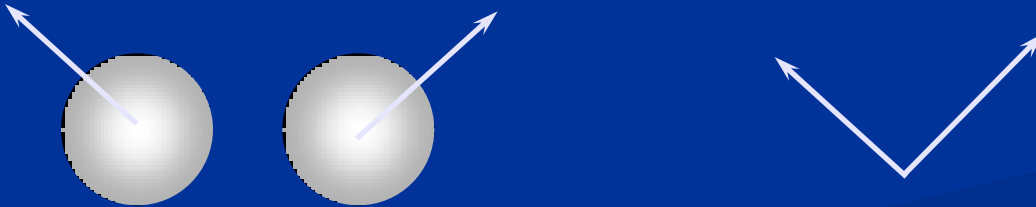
Ders 15, Soru 2

Çözüm

- İlk çözümde toplar arasındaki aç 90° değildir.



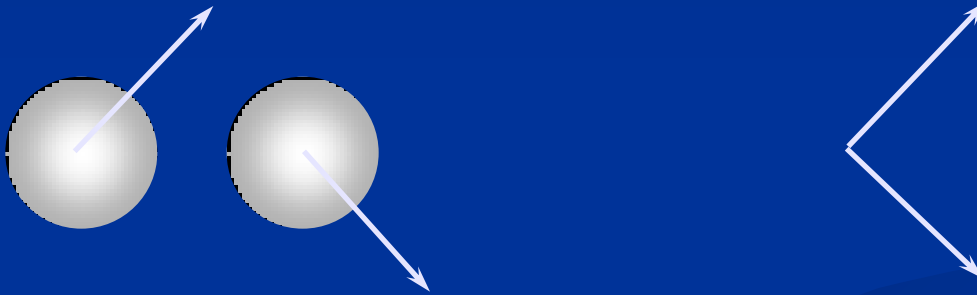
- İkinci çözümde y yönünde net bir katkı olacaktır.



Ders 15, Soru 2

Çözüm

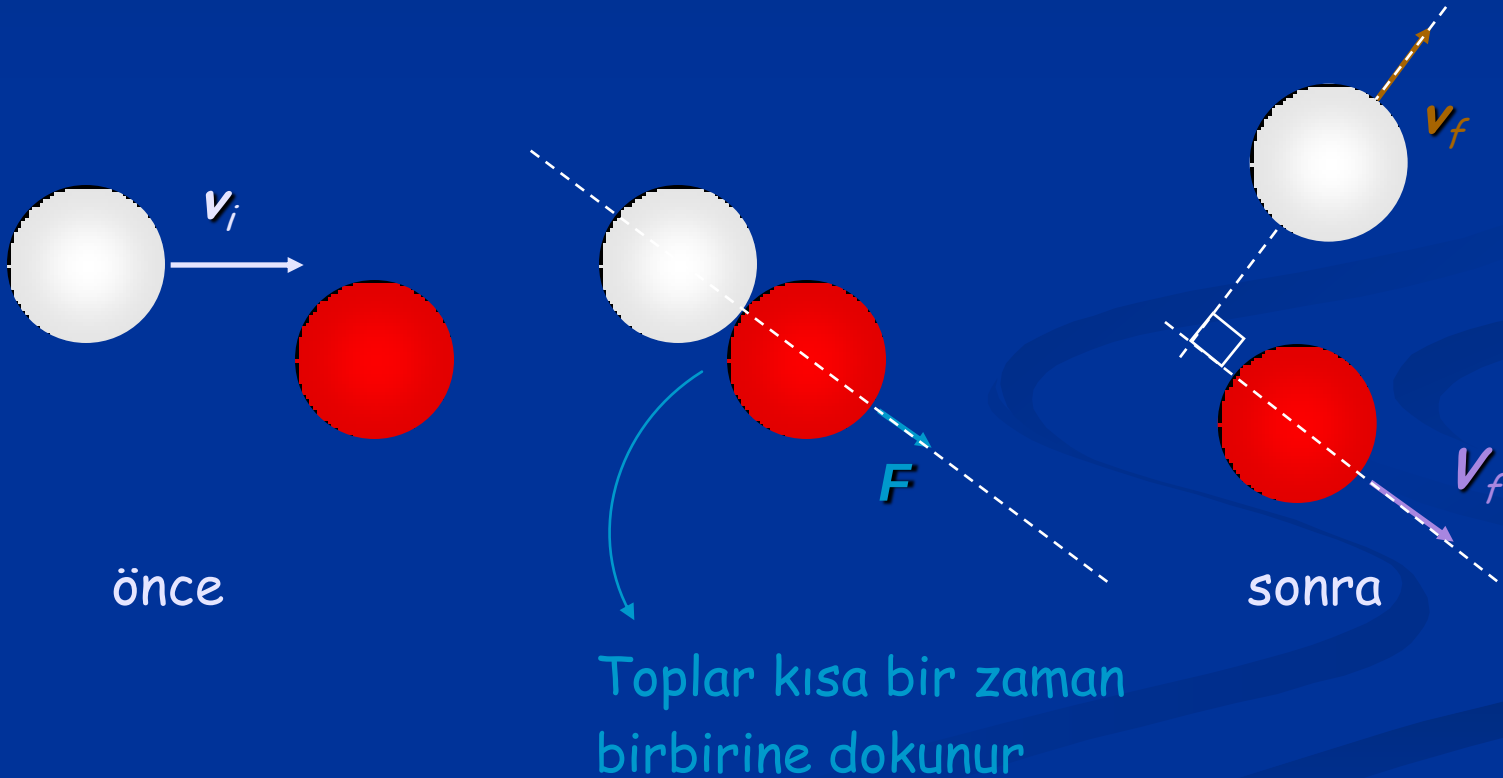
- Üçüncü durumda y yönünde net momentum sıfırdır ve çarpışmadan sonra momentumlar arasındaki açı 90° dir.



- Sonuç olarak 3. durum momentumun ve enerjinin korunmasını sağlayan tek durumdur.

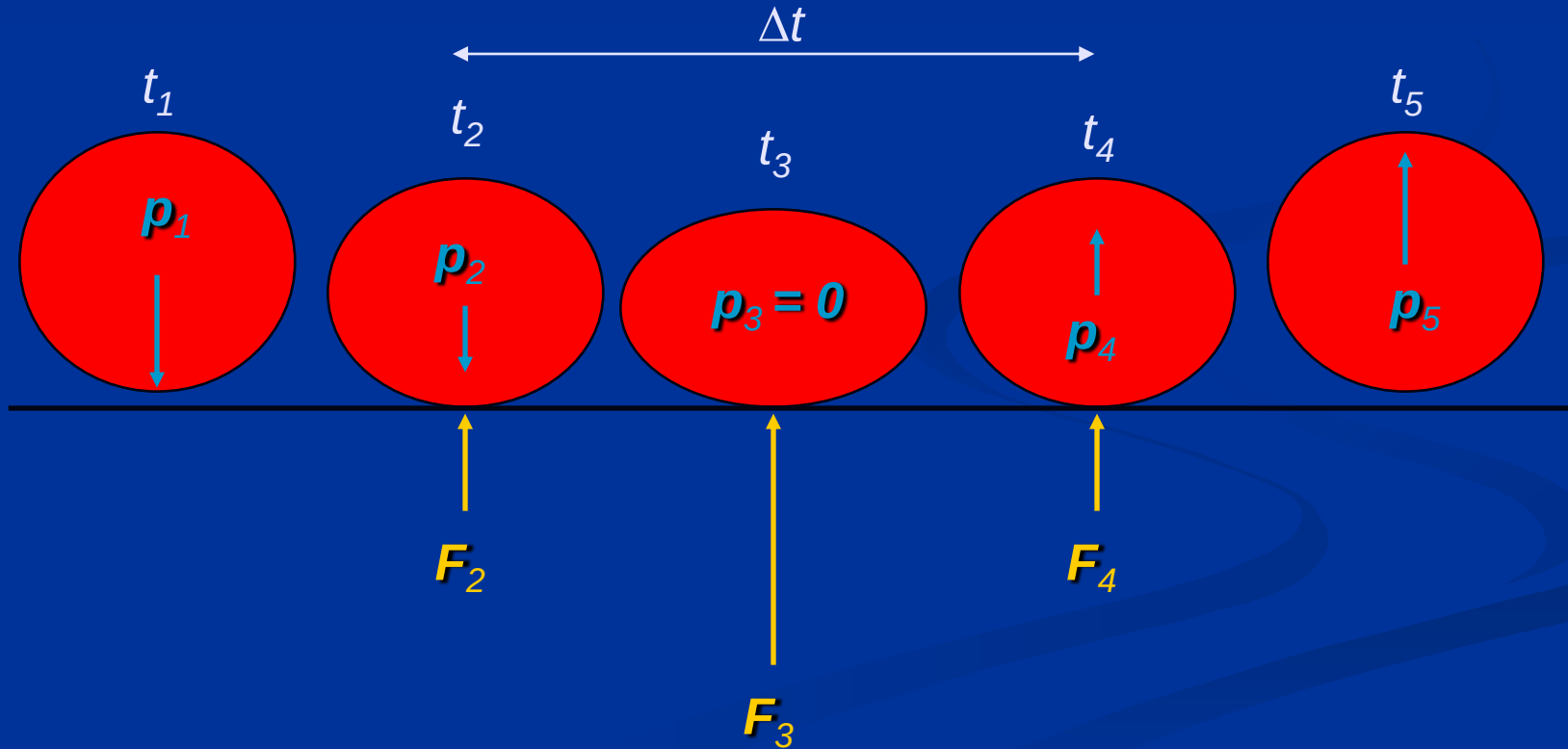
Çarpışma "zaman skalası"

- Çarpışma etkileşmeyi içerir ki bu etkileşme oldukça çabuktur (kısa sürelidir).



Çarpışma "zaman skalası"

- Kısa çarpışma zamanında kuvvet büyük olabilir.



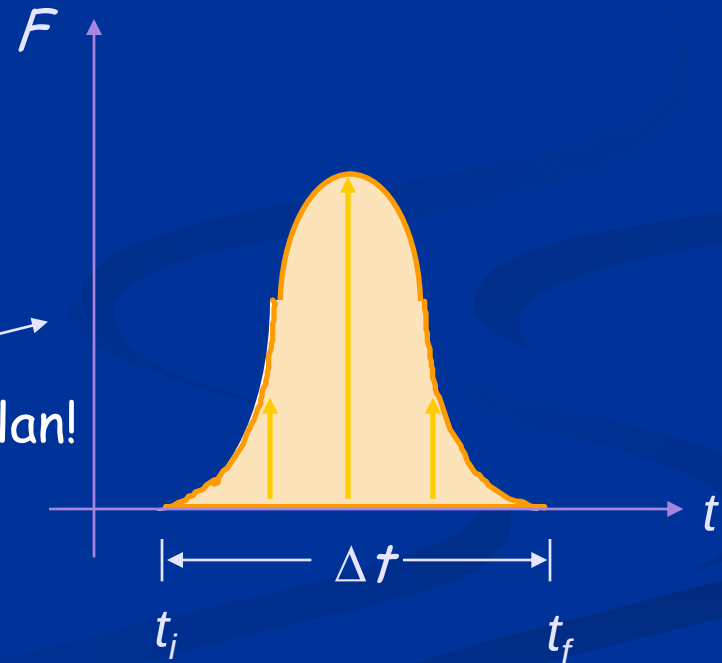
Kuvvet ve İmpuls

- Aşağıdaki diyagram tipik bir çarpışmada kuvvet zaman değişimini göstermektedir. İmpuls, $\mathcal{I}$, kuvvetin zamana göre integrali.

$$\mathcal{I} = \int_{t_i}^{t_f} \mathbf{F} dt$$

İtme(İmpuls) $\mathcal{I}$ = eğrinin altındaki alan!

İmpuls birimi Ns .



Kuvvet ve İmpuls

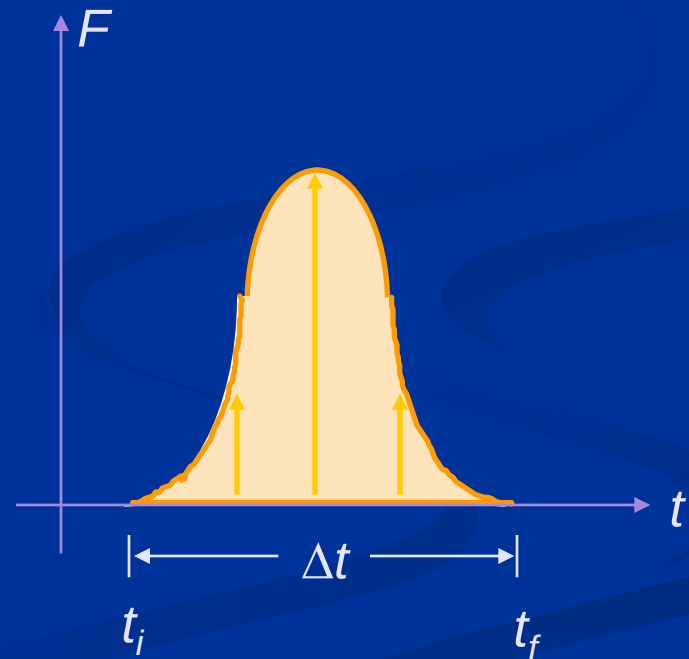
$$F = \frac{dP}{dt} \quad \text{kullanarak}$$

impulsu yazarsak:

$$\begin{aligned} I &= \int_{t_i}^{t_f} F \, dt = \int_{t_i}^{t_f} \frac{dP}{dt} dt \\ &= \int_{t_i}^{t_f} dP = P_f - P_i \equiv \Delta P \end{aligned}$$

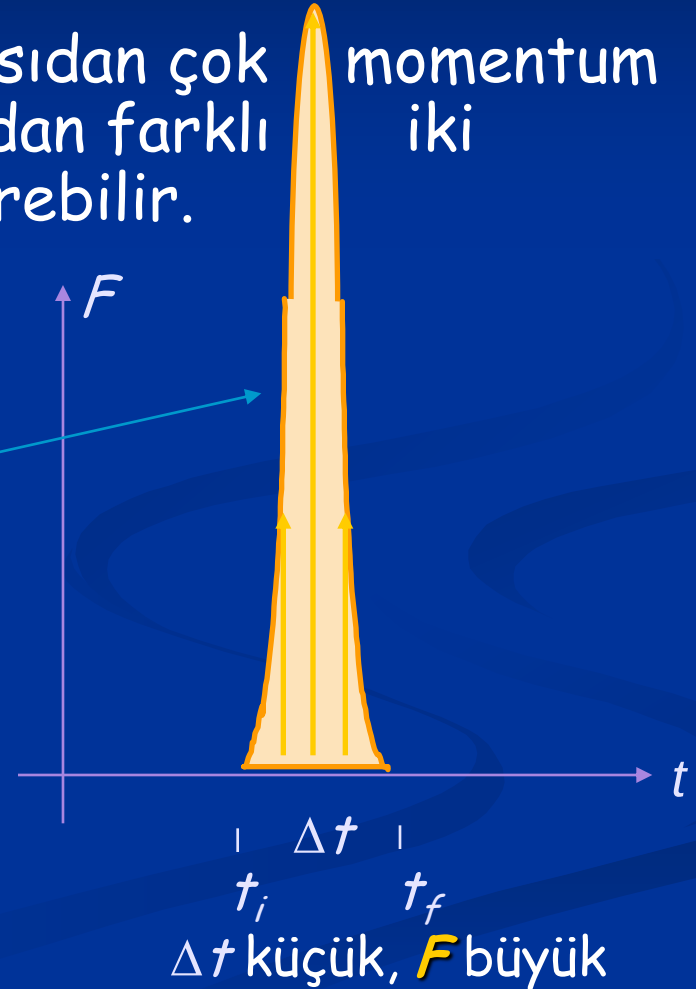
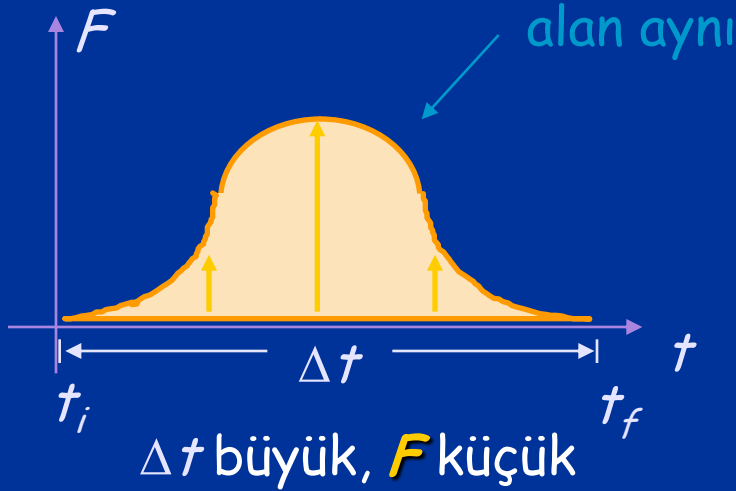
$$I = \Delta P$$

impuls = momentum değişimi!

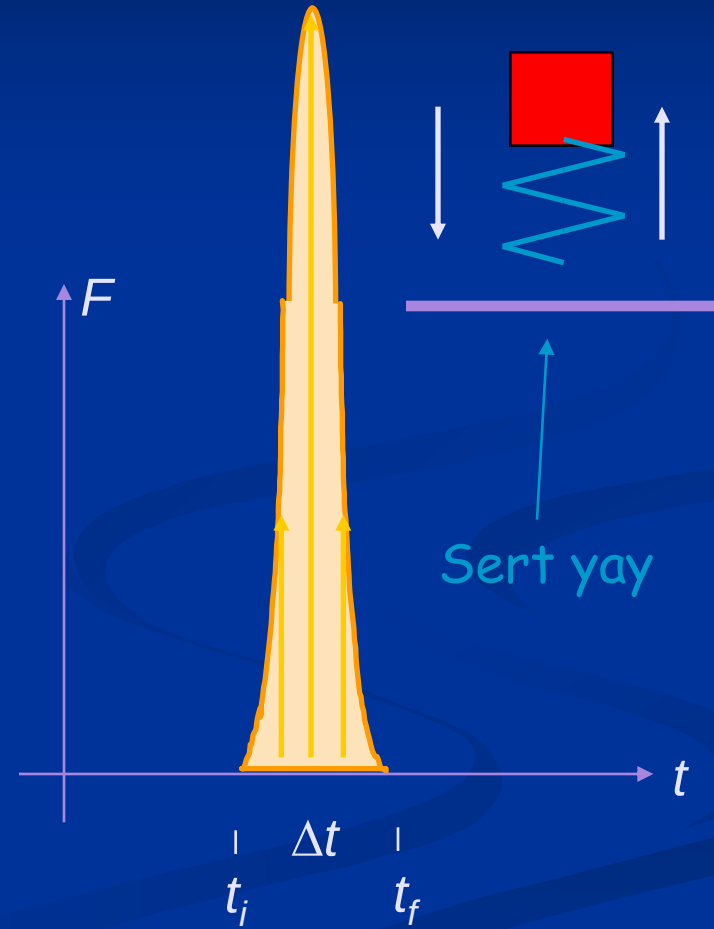
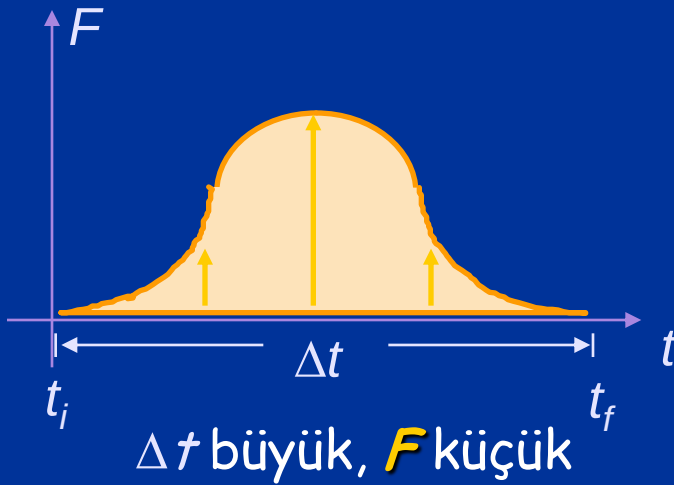
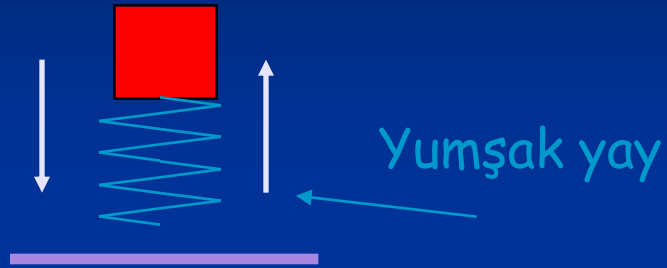


Kuvvet ve İmpuls

- İmpuls çarpışmanın doğasından çok momentum değişimine bağlı olduğundan farklı iki çarpışma aynı impulsu verebilir.



Kuvvet ve İmpuls



Ders 15, Soru 3

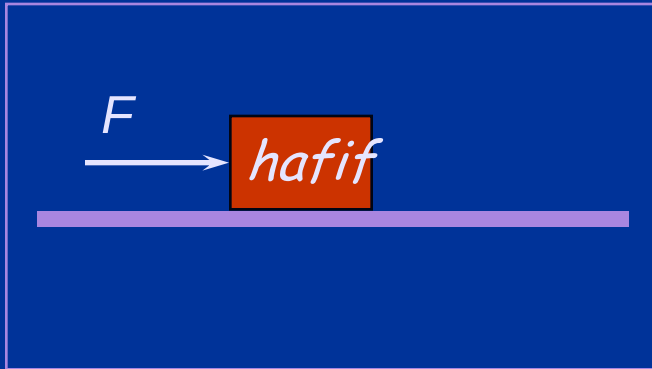
Kuvvet & Impuls

- Biri hafif diğeri ağır 2 kutu başlangıçta sürtünmesiz bir yüzeyde durgun iken aynı büyüklükte sabit bir F kuvveti her iki kutuya 1 saniye uygulanır.
 - Kuvvetten sonra hangi kutunun momentumu daha fazladır?

(a) ağır

(b) hafif

(c) aynı



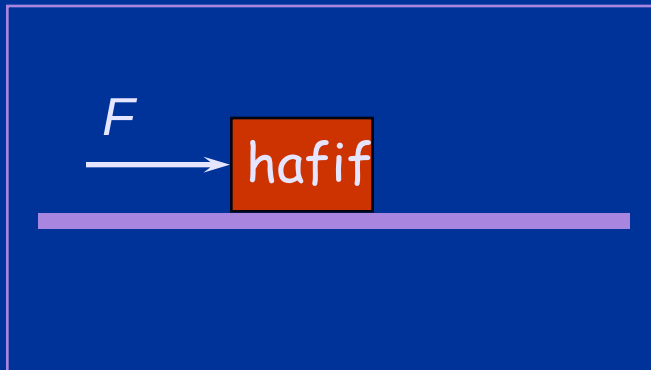
Ders 15, Soru 3

Çözüm

Biliyoruz ki $F_{\text{ort}} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ yani $\Delta p = F_{\text{ort}} \Delta t$

Burada F ve Δt her iki kutu içinde aynıdır!

➡ Kutuların son momentumları aynıdır.



Kuvvet ve İmpuls

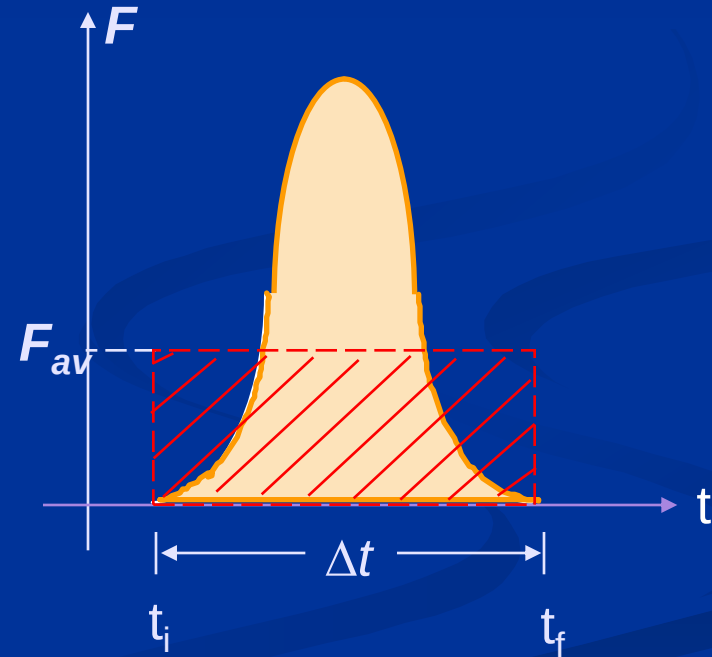
- Ortalama kuvveti tanımlamak için impulsu kullanabiliriz.

$\Delta t = t_f - t_i$ zaman aralığında bir kuvvetin zaman ortalaması:

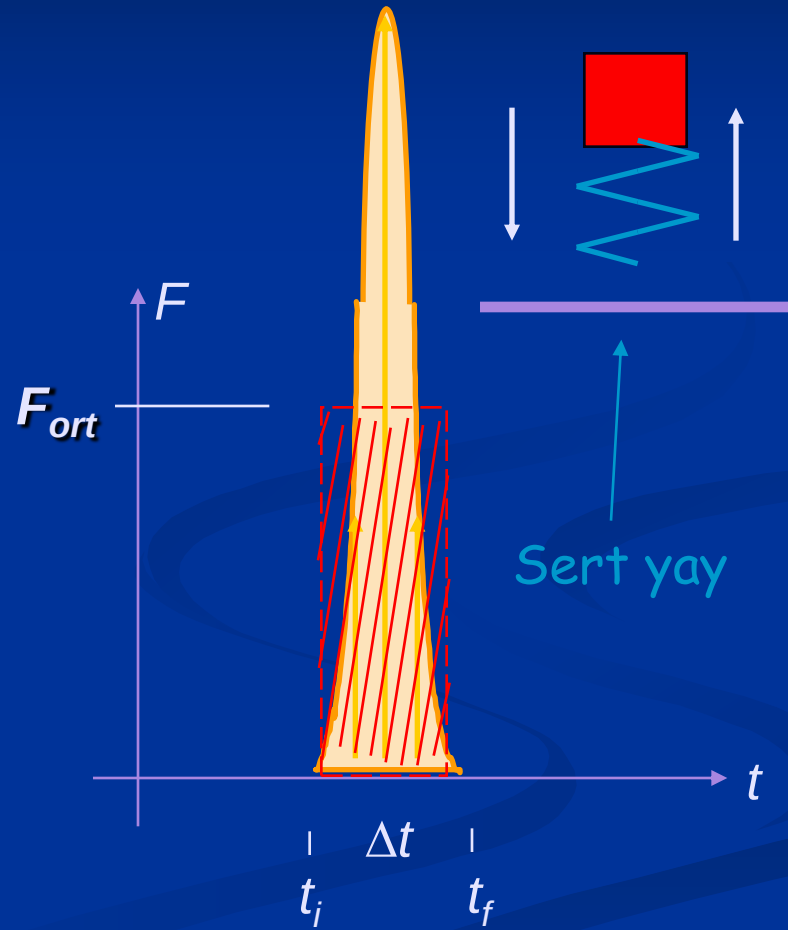
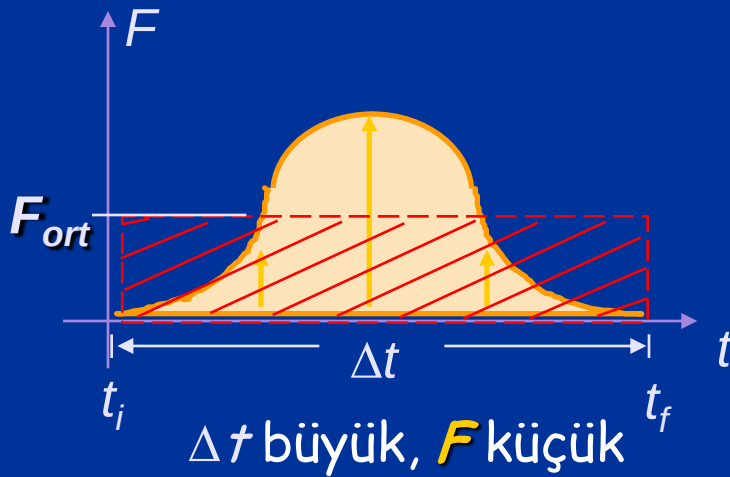
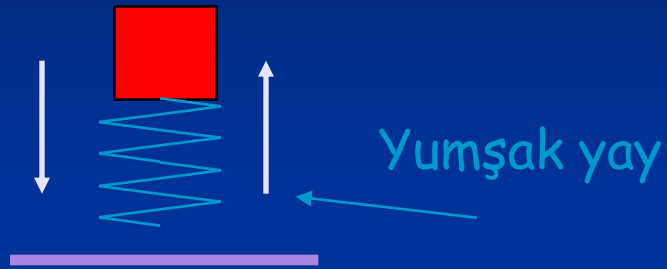
$$F_{\text{ort}} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_i}^{t_f} F dt = \frac{I}{\Delta t}$$

yada:

$$F_{\text{av}} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$



Kuvvet ve İmpuls



Özet

- 2 boyutta elastik çarpışma.
- Örnekler (nükleer çarpışma, bilardo).
- İmpuls ve ortalama kuvvet.