

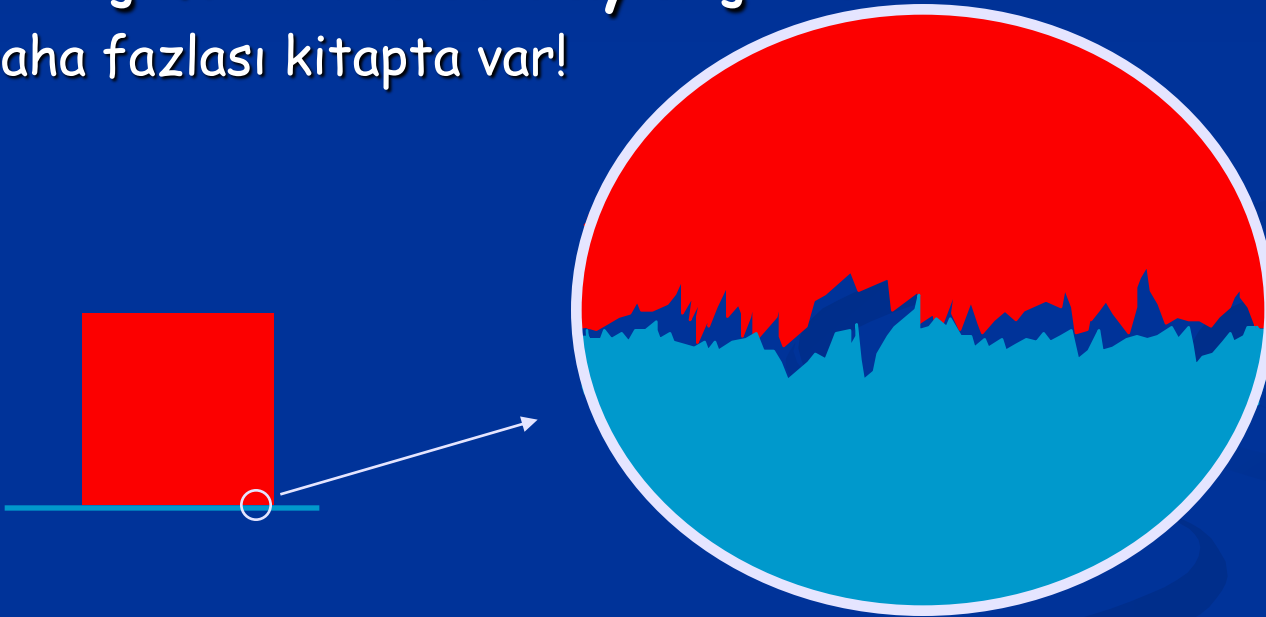
# Fizik 101: Ders 8

## Ajanda

- Sürtünme
- Engelleyici kuvvetler
  - Son(uç) hız
- Çok parçacıklı sistemlerin dinamiği
  - Atwood makinesi
  - Eğik düzlemde iki kütleli genel durumlar
  - İlginç problemler

# Sürtünme (özetle):

- Sürtünme iki yüzey arasında mikroskobik etkileşmeden ortaya çıkar:
  - Daha fazlası kitapta var!



# Yüzeysel Sürtünme Modeli

- Sürtünme kuvvetinin ( $f_F$ ) yönü normal kuvvet vektörüne ( $N$ ) dik ve iki yüzeyin rölatif hareketinin tersi yöndedir.
- **Kinetik (kayma):** Sürtünme kuvvetinin büyüklüğü normal kuvvet vektörünün ( $N$ ) büyüklüğü ile orantılıdır.  
$$f_F = \mu_k N$$
- **Statik:** Sürtünme kuvveti uygulanan net kuvveti dengeler ve cisim hareket etmez. Mümkün olan en yüksek statik sürtünme kuvveti  $N$  ile orantılıdır.  
$$f_F \leq \mu_s N$$

# Kinetik Sürtünme:

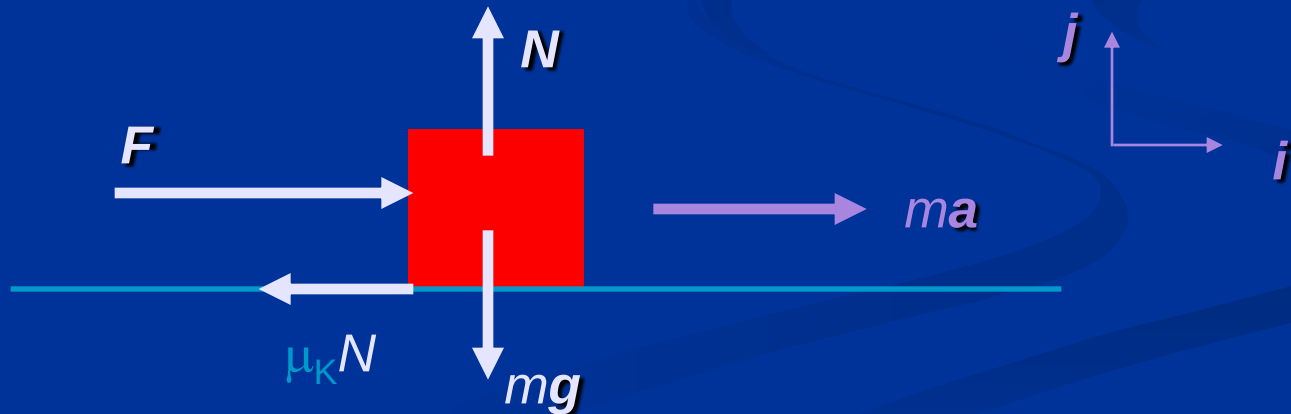
■  $\mu_k$  : *kinetik sürtünme katsayısı.*

$$i: \quad F - \mu_k N = ma$$

$$j: \quad N = mg$$



$$F - \mu_k mg = ma$$



# Statik Sürtünme:

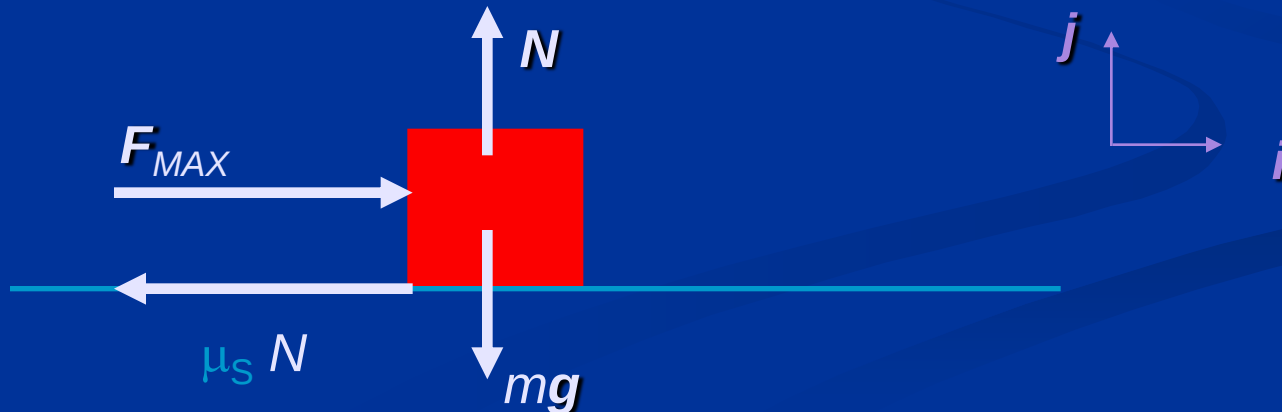
- Yüzeysel temas halindeki iki cisim arasındaki maksimum sürtünme kuvvetini,  $\mu_s N$ , "*statik sürtünme katsayısı*"  $\mu_s$ , belirler.
- $F_{yi}$ , cisim harekete başlayıncaya kadar artırmak suretiyle  $\mu_s$  değerini belirleriz: :

$$F_{MAX} - \mu_s N = 0$$

$$F_{MAX} = \mu_s mg$$

$$N = mg$$

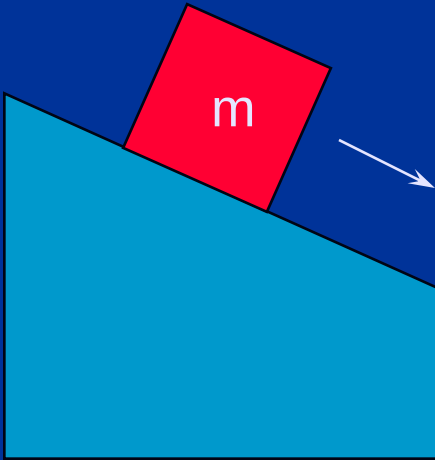
$$\mu_s = F_{MAX} / mg$$



# Ders 8, Soru 1

## İki cisim dinamiği

- Kütlesi  $m$  olan bir blok yüzeyi kaba bir eğik düzleme ( $\mu > 0$ ) konup kısaca itildiğinde eğik düzlemde sabit hızla aşağı kadar inmektedir.
  - Kütlesi  $2m$  olan benzer bir blok (aynı  $\mu$ ) aynı eğik düzleme konup aynı kuvvetle itilirse ne olur?



- (a) *durur*
- (b) *ivmelenir*
- (c) *Sabit hızla hareket eder*

# Ders 7, Soru 1

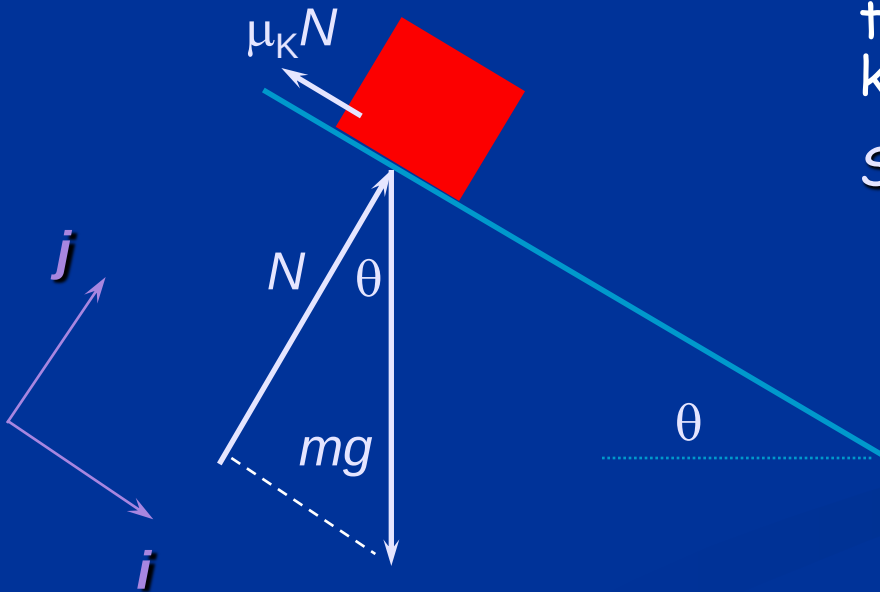
## İki cismin dinamiği

- SCD çiz ve x yönündeki net kuvveti bul.

$$F_{NET,X} = mg \sin \theta - \mu_K mg \cos \theta$$
$$= ma = 0 \text{ (ilk durum)}$$

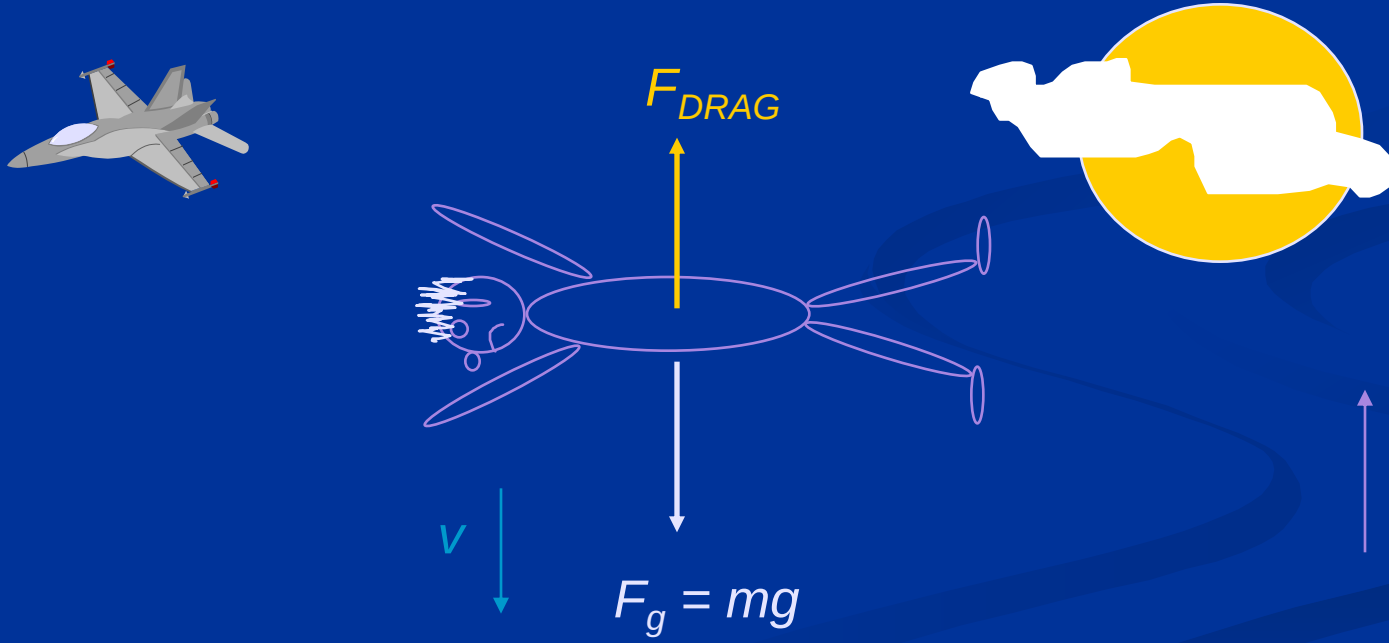
Kütleyi 2 katına çıkarmak her iki terimi de 2 katına çıkarır. Net kuvvet 0.

Sabit hızla aşağı iner!



# Akışkanlarda sürtünme: engelleyici kuvvet

- Bir cisim hava yada su gibi viskoz bir ortamda hareket ediyorsa, ortam, cisme hareketi engelleyici yönde bir kuvvet uygular.

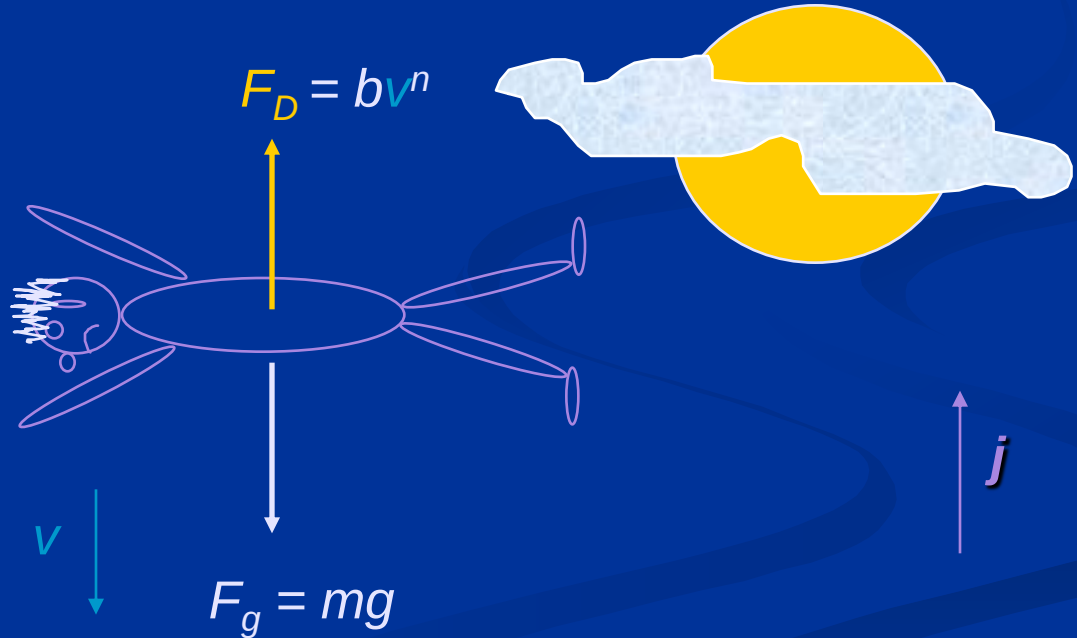


# Engelleyici Kuvvet:

- Engelleyici kuvvet cismin ortamdaki hızının kuvvetiyle  $v^n$  ile orantılıdır. Dolayısıyla maksimum hız bir yerde son bulacaktır.



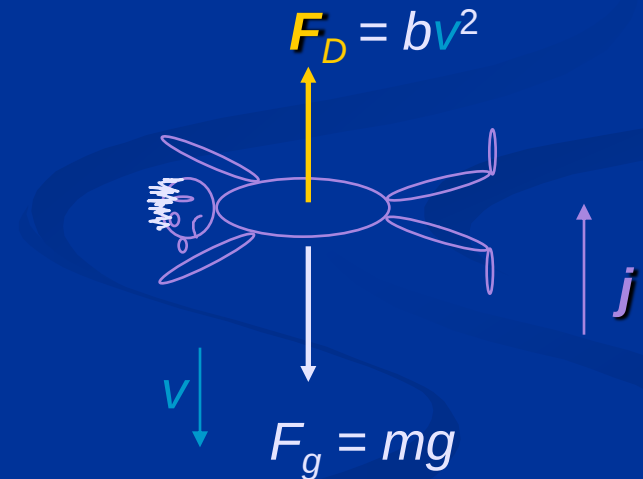
Sanki  $n=2$  !?



# Son/uç Hız:

- Farzı muhal  $F_D = bv^2$  şeklinde olsun. Bir skydiver (gökdalğıcı) uçaktan atlıyor ve bir süre düştükten sonra hızı  $v$  sabitleniyor.
  - Gökdalğıcı uç hıza ulaştığında  $F_D$  kuvveti nedir?
  - Uç hızı nedir  $v$ ?
- $F_{TOP} = F_D - mg = ma = 0$ .
  - $F_D = mg$
- tanımdan  $F_D = bv^2$ 
  - $bv^2 = mg$

$$v = \sqrt{\frac{mg}{b}}$$



# Çok Parçacık Dinamiği

- Sistemimizde birden fazla cisim var
- Cisimler birbirine bağlı:

- Halat & makara



bugün

- Çubuk, yay, vs.

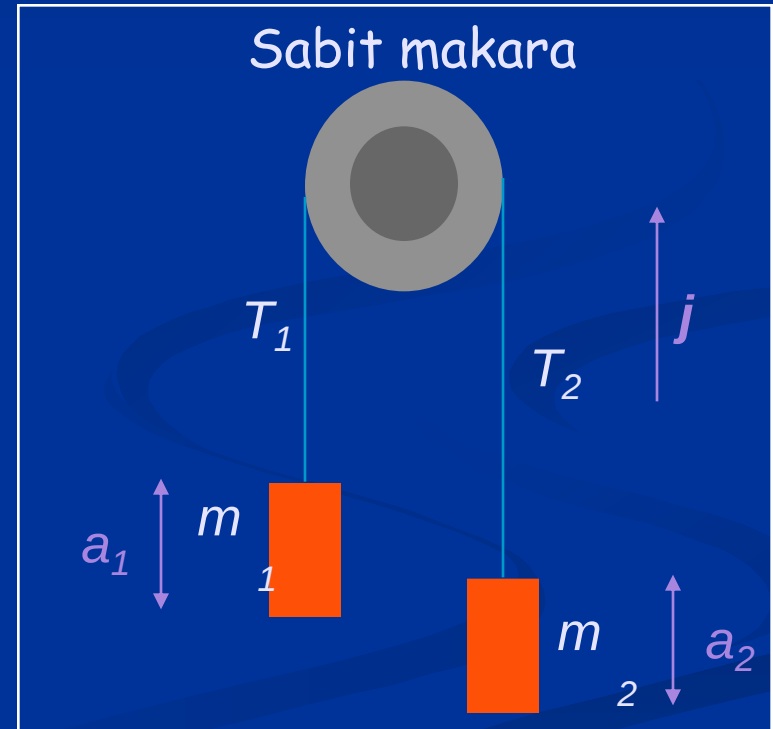


sonra

# Atwood Makinası:

Şekilde görüldüğü gibi kütleleri  $m_1$  ve  $m_2$  olan iki cisim kütlesi ideal bir ip ve sürtünmesiz ideal bir makara ile asılmışlardır.

- Her bir kütle için  $a_1$  ve  $a_2$  ivmesi nedir?
- İpteki gerilim  $T$  nedir?

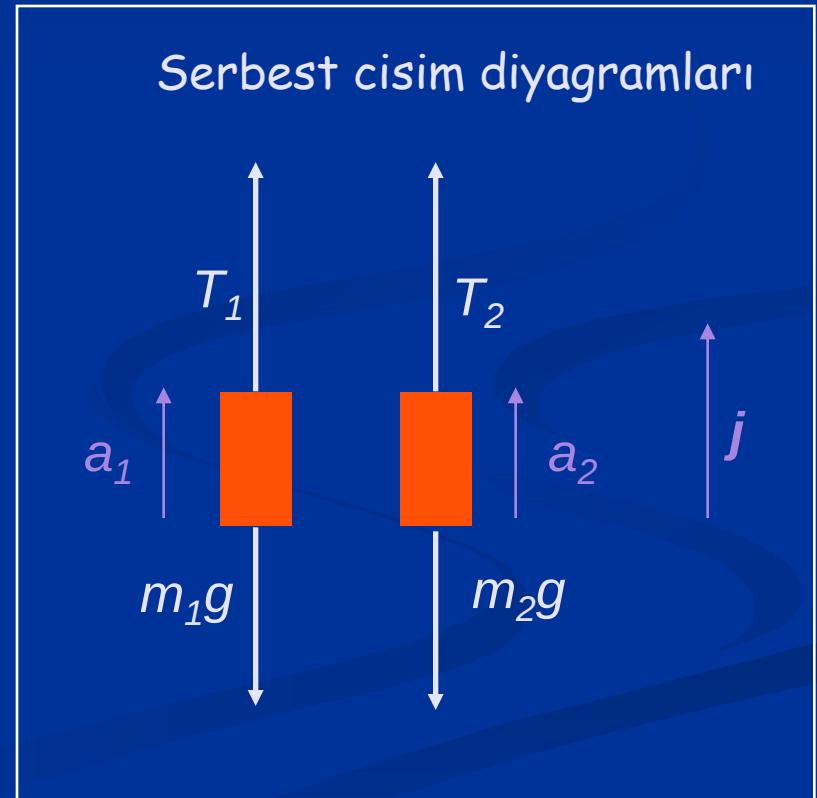


# Atwood Makinası...

- Her bir cisim için SCD çiz.
- Newtonun 2. yasasını uygula: ( $j$  - bileşeni)

- $T_1 - m_1g = m_1a_1$
- $T_2 - m_2g = m_2a_2$

Ama  $T_1 = T_2 = T$   
makara ideal olduğundan  
ve  $a_1 = -a_2 = -a$ .  
Kütleler ipe birbirine  
bağlı olduğundan



# Atwood Makinası...

$$T - m_1 g = -m_1 a \quad (a)$$

$$T - m_2 g = m_2 a \quad (b)$$

- 2 bilinmeyen & 2 denklem
  - Her iki bilinmeyen ( $T$  ve  $a$ ) için çözeriz.

- $(b) - (a)$  çıkartırsak:

- $g(m_1 - m_2) = a(m_1 + m_2)$

- $a = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} g$

- $(b) + (a)$  toplarsak:

- $2T - g(m_1 + m_2) = -a(m_1 - m_2) = -g \frac{(m_1 - m_2)^2}{m_1 + m_2}$

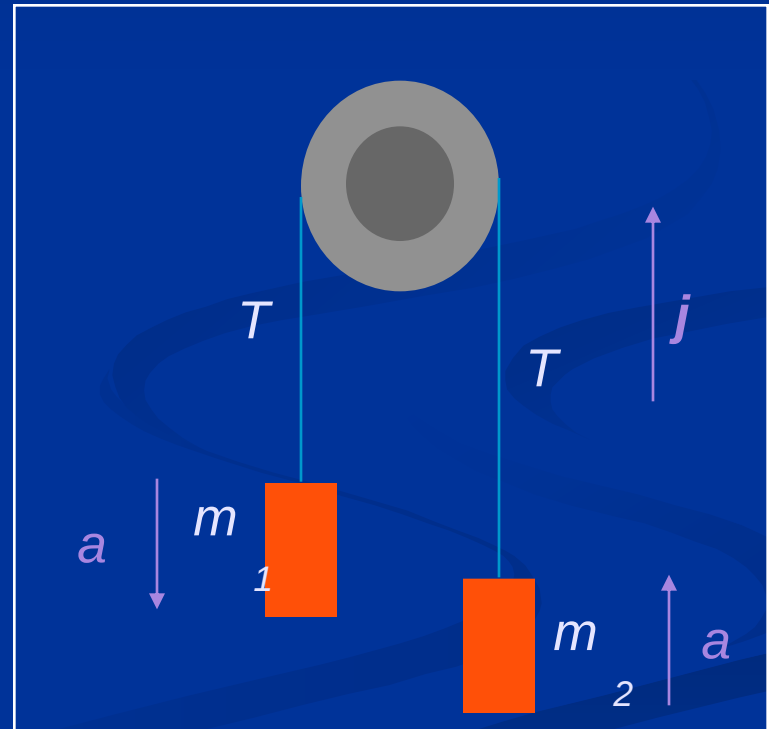
- $T = 2gm_1m_2 / (m_1 + m_2)$

# Atwood Makinesi...

- Sonuç itibarıyla:

$$a = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} g$$

$$T = \frac{2 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)} g$$



# Sonuçlar makul mü?

## → Limitlerin kontrolü!

$$a = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} g$$

$$T = \frac{2 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)} g$$

### ■ Özel durumlar:

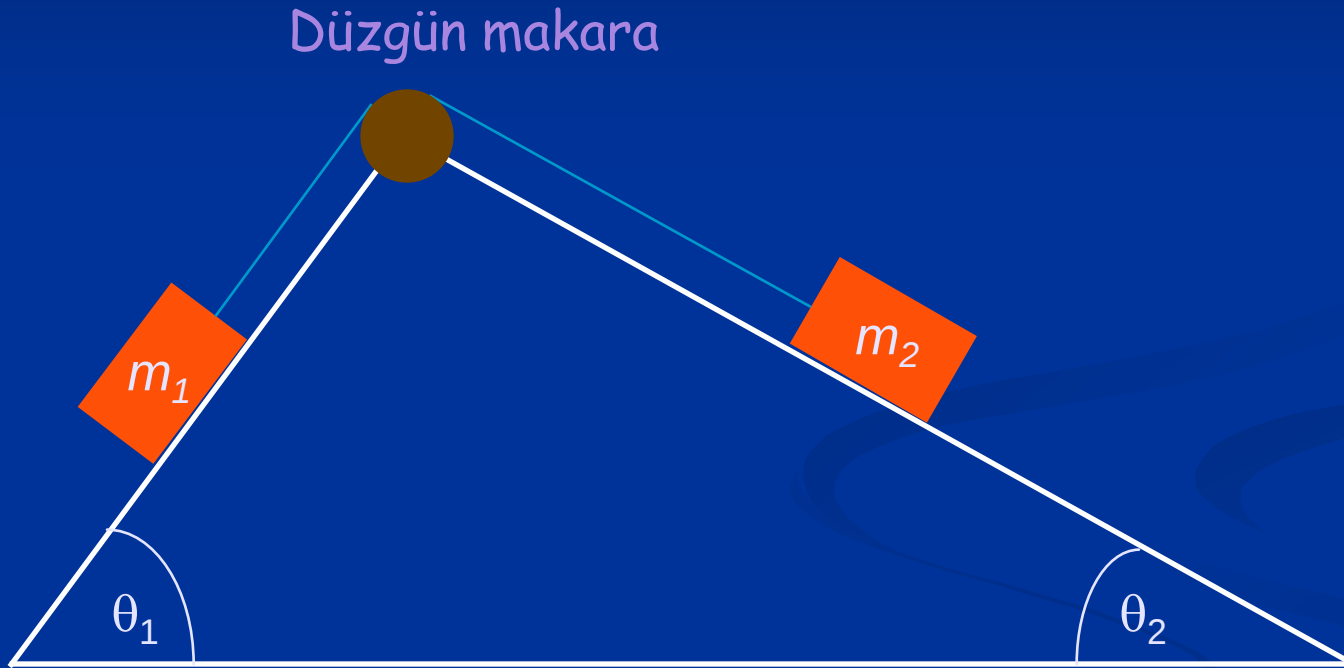
→ i.)  $m_1 = m_2 = m$   $a = 0$  ve  $T = mg$ . OK!

→ ii.)  $m_2$  yada  $m_1 = 0$   $|a| = g$  ve  $T = 0$ . OK!

- Verilen kütlelerim ivmesini ölçerek Atwood makinesinde yerçekimi ivmesini  $g$  belirleyebiliriz

$$g = \frac{(m_2 + m_1)}{(m_2 - m_1)} a$$

# İki eğik düzlemde bağlı kütleler



Yüzeyler sürtünmesiz

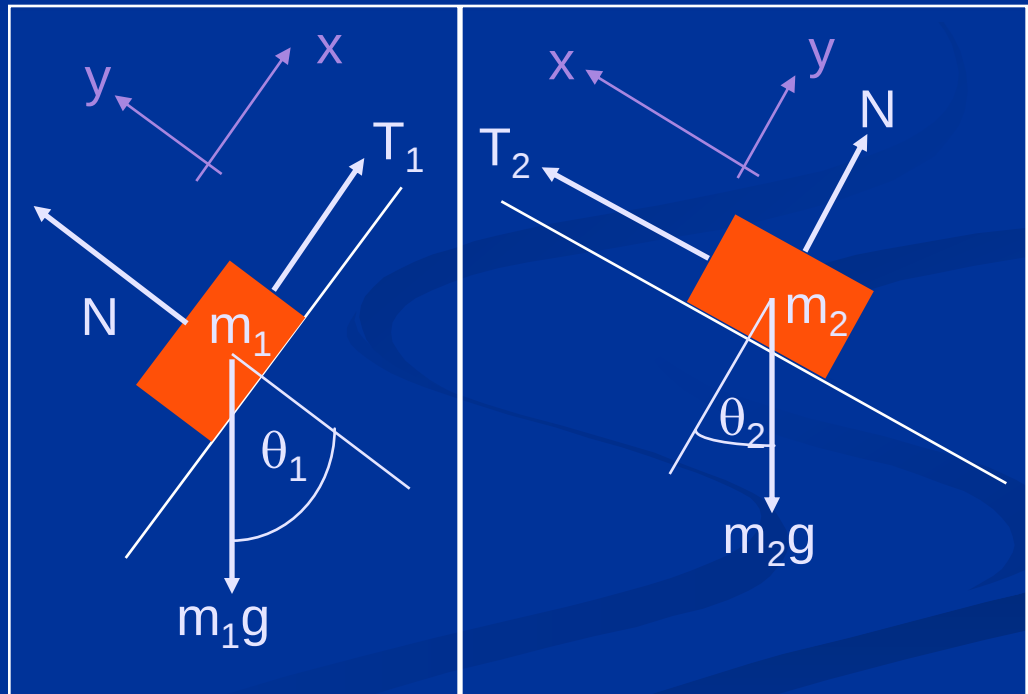
# Kütleler nasıl hareket eder?

Her iki kütle için uygun koordinat sistemi seçip serbest cisim diyagramını çizerek Newtonun 2. yasasını uyguluyoruz:

" $x$ " bileşenlerini alırsak:

- 1)  $T_1 - m_1 g \sin \theta_1 = m_1 a_{1x}$
- 2)  $T_2 - m_2 g \sin \theta_2 = m_2 a_{2x}$

Fakat  $T_1 = T_2 = T$   
ama  $-a_{1x} = a_{2x} = a$   
(kısıtlamalar)



# Denklerin çözümü...

Kısıtlamaları kullanarak denklemleri çözersek.

$$T - m_1 g \sin \theta_1 = -m_1 a \quad (a)$$

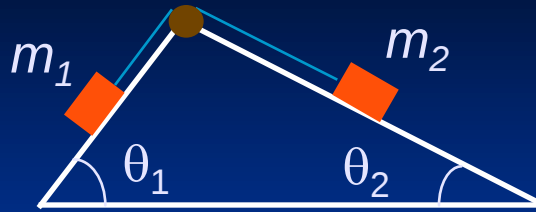
$$T - m_2 g \sin \theta_2 = m_2 a \quad (b)$$

(a) yı (b) den çıkartırsak:

$$m_1 g \sin \theta_1 - m_2 g \sin \theta_2 = (m_1 + m_2) a$$

Sonuç:

$$a = \frac{m_1 \sin \theta_1 - m_2 \sin \theta_2}{m_1 + m_2} g$$



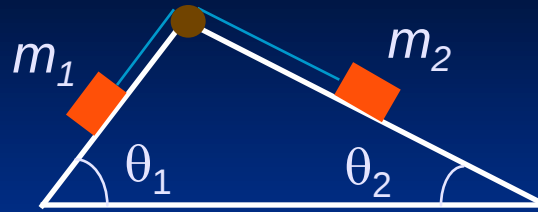
$$a = \frac{m_1 \sin \theta_1 - m_2 \sin \theta_2}{m_1 + m_2} g$$

Özel durum 1:



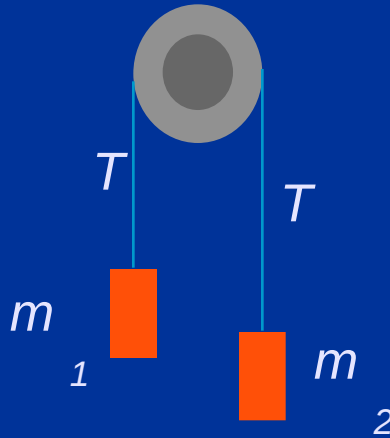
Offf ya!...Sıkıcı!...

eğer  $\theta_1 = 0$  ve  $\theta_2 = 0$ ,  $a = 0$ .



$$a = \frac{m_1 \sin \theta_1 - m_2 \sin \theta_2}{m_1 + m_2} g$$

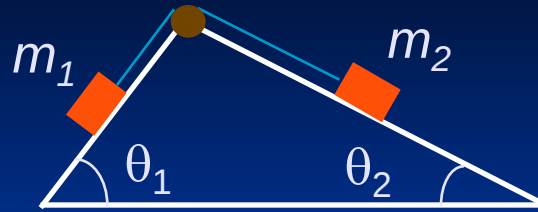
## Özel durum 2:



Atwood Makinası

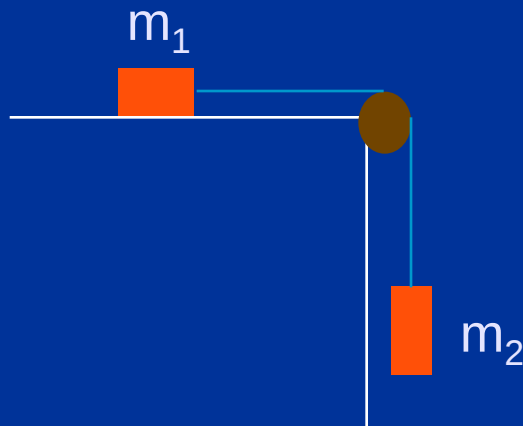
eğer  $\theta_1 = 90$  ve  $\theta_2 = 90$ ,

$$a = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} g$$



$$a = \frac{m_1 \sin \theta_1 - m_2 \sin \theta_2}{m_1 + m_2} g$$

### Özel durum 3:



Lab düzeneği

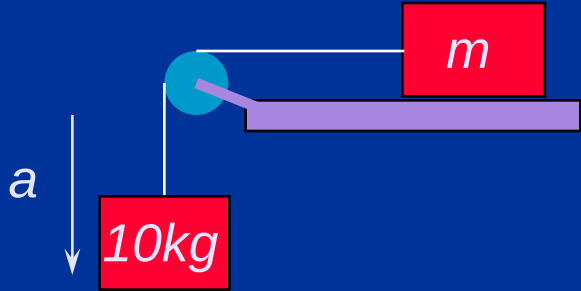
eğer  $\theta_1 = 0$  ve  $\theta_2 = 90$ ,

$$a = \frac{-m_2}{(m_1 + m_2)} g$$

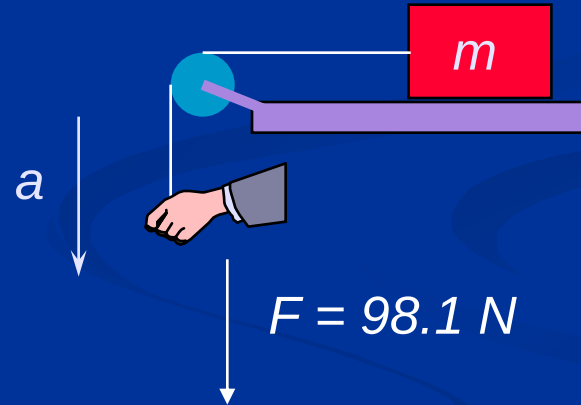
# Ders 8, Soru 2

## İki cisim dinamiği

- $m$  kütlesi hangi durumda daha çok kuvvet etkisindedir? Durum (1):  $10\text{ kg}$  luk bir kütle iple asılıdır. Durum (2): elle aşağı doğru  $98.1\text{ N}$  şiddetinde sabit bir kuvvet uygulanmaktadır. Her iki durumda da ip ve makara kütsesiz.



Durum (1)



Durum (2)

(a) Durum (1)

(b) Durum (2)

(c) aynı

# Ders 8, Soru 2

## Çözüm

- Durum (1) için SCD ve  $F_{NET} = ma$  her iki blok için:

$$T = ma \quad (a)$$

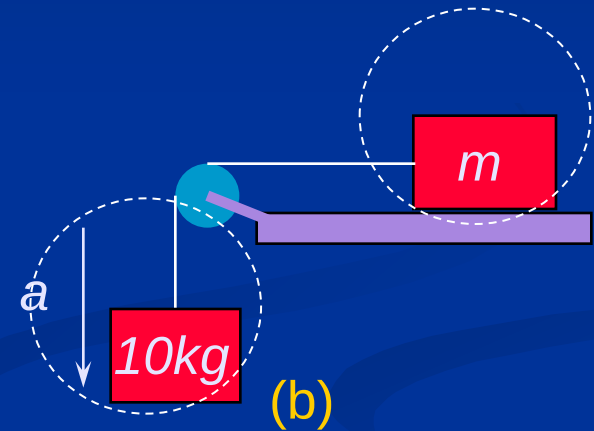
$$(10\text{kg})g - T = (10\text{kg})a \quad (b)$$

- (a) ve (b) yi topla:

$$98.1\text{ N} = (m + 10\text{kg})a$$

$$a = \frac{98.1\text{ N}}{m + 10\text{kg}}$$

- Not:  $T = 98.1\text{ N} \times \frac{m}{m + 10\text{kg}}$

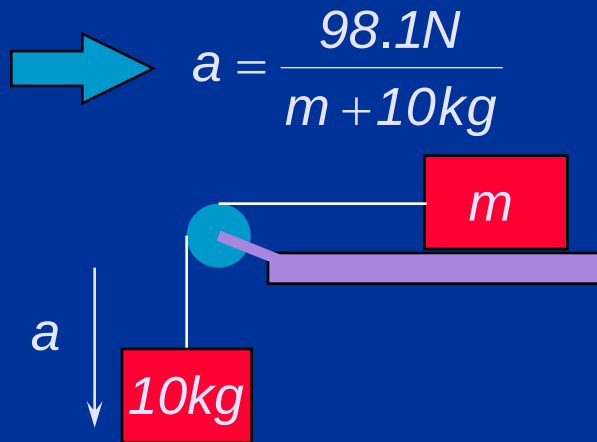


# Ders 8, Soru 2

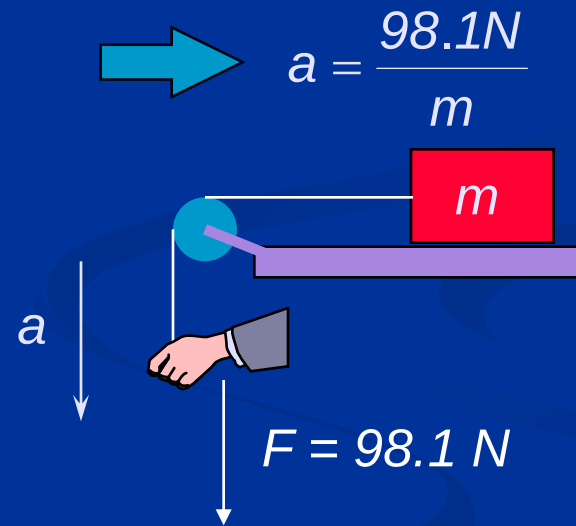
## Çözüm

- Durum (2) için  $T = 98.1 \text{ N} = ma$

$$a = \frac{98.1 \text{ N}}{m}$$



Durum (1)



Durum (2)

- Cevap (b) durum (2)

# Problem: sürtünmesiz yatay düzlemde 2 ip & 2 kütle :

- $T_1$ ,  $m_1$  ve  $m_2$  veriliyor.  $a$  ve  $T_2$  nedir?

$$T_1 - T_2 = m_1 a \quad (a)$$

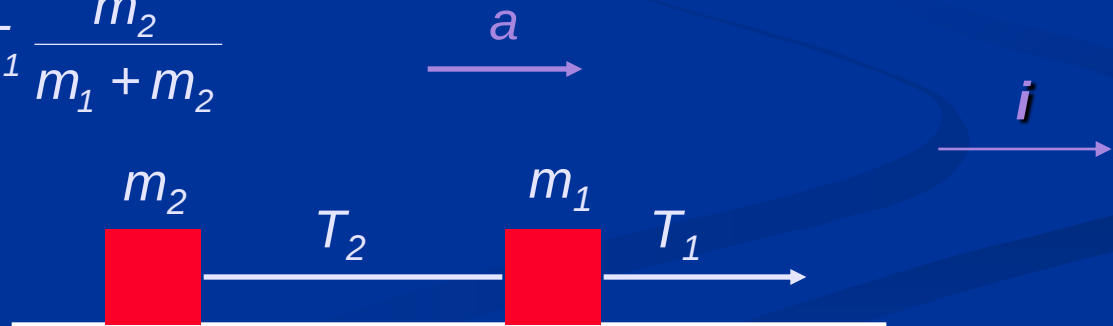
$$T_2 = m_2 a \quad (b)$$

- $(a) + (b)$ :

$$T_1 = (m_1 + m_2) a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{T_1}{m_1 + m_2}$$

- çözümü  $(b)$  yerine koyarsak:

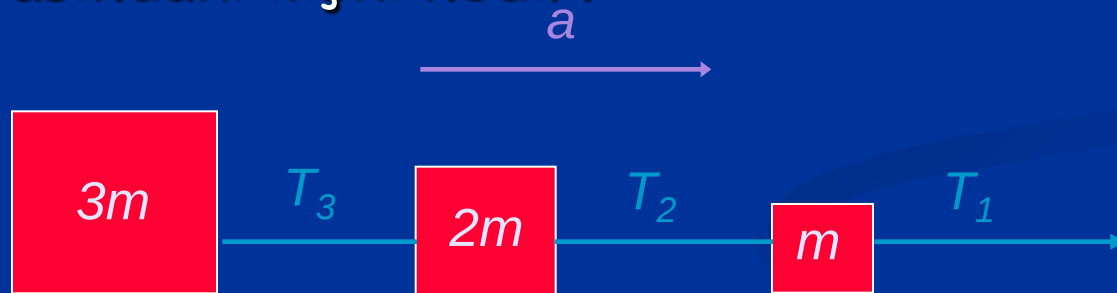
$$T_2 = T_1 \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$



# Ders 8, Soru 3

## İki cisim dinamiği

- Kütleleri  $3m$ ,  $2m$ , ve  $m$  olan 3 cisim iplerle birbirine bağlanmış ve sabit ivmeyle çekilmektedirler. Her bir ipteki gerilimler arasındaki ilişki nedir?



(a)  $T_1 > T_2 > T_3$

(b)  $T_3 > T_2 > T_1$

(c)  $T_1 = T_2 = T_3$

# Ders 8, Soru 3

## Çözüm

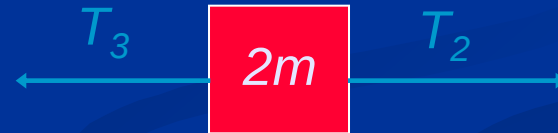
- SCD larını çizelim!!

$$T_3 = 3ma$$



$$T_2 - T_3 = 2ma$$

$$T_2 = 2ma + T_3 > T_3$$



$$T_1 - T_2 = ma$$

$$T_1 = ma + T_2 > T_2$$



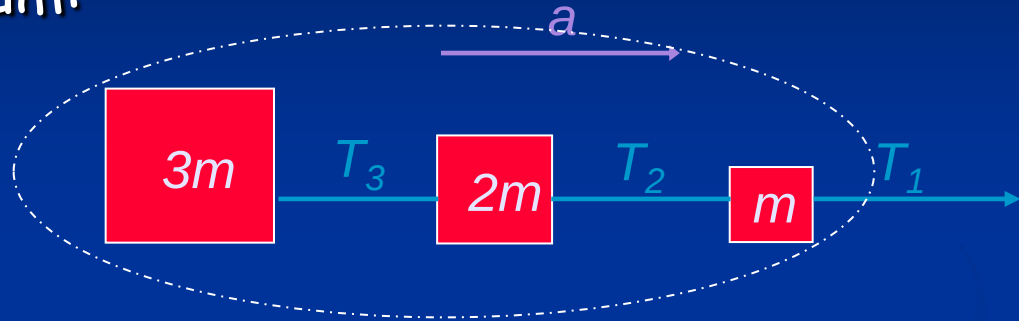
$$T_1 > T_2 > T_3$$

# Ders 8, Soru 3

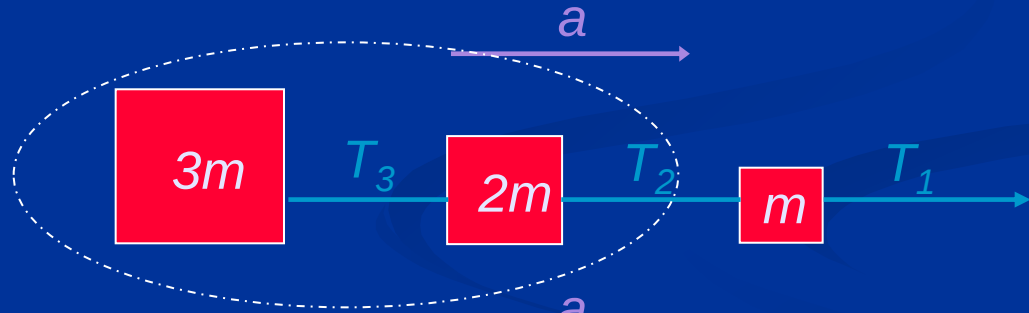
## Çözüm

### ■ Alternatif çözüm:

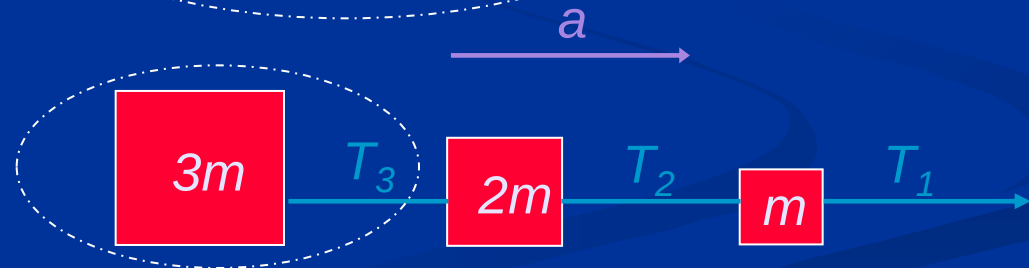
$T_1$  bütün cisimleri çeker



$T_2$ ,  $3m$  ve  $2m$  kütlelerini çeker



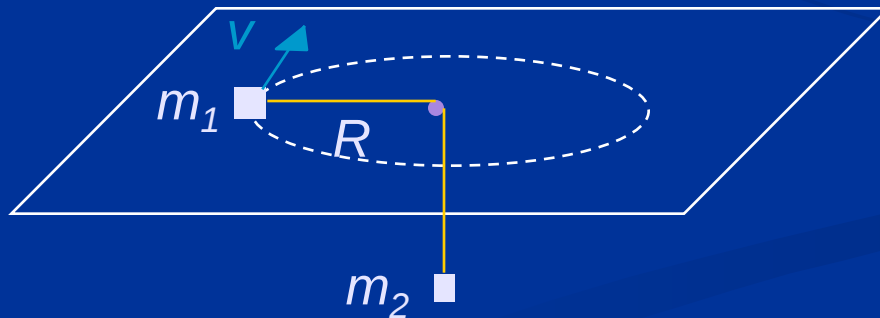
$T_3$  sadece  $3m$  kütlelerini çeker



$$T_1 > T_2 > T_3$$

# Problem: Dönen hokey topu & ağırlık.

- Kütle  $m_1$  olan bir cisim yatay sürtünmesiz bir masada dairesel bir yol üzerinde  $v$  hızıyla dönmektedir. Kütle masa ortasındaki bir delikten  $R$  uzaklığında durmaktadır. İpin diğer ucunda  $m_2$  kütlelerinde bir cisim asılıdır.
- İpteki gerilim ( $T$ ) nedir?
- Kayan kütlelerin hızı ( $v$ ) nedir?

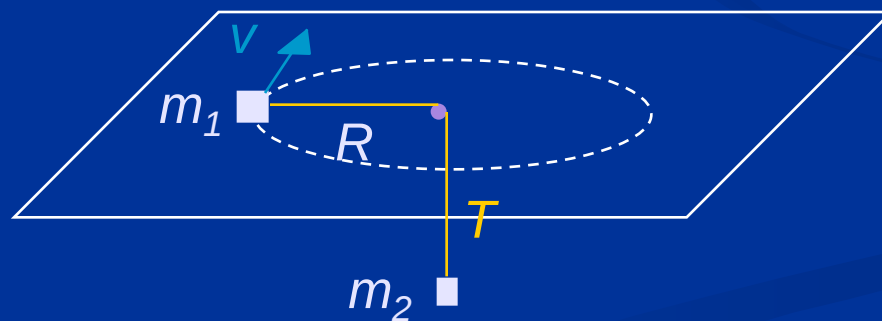
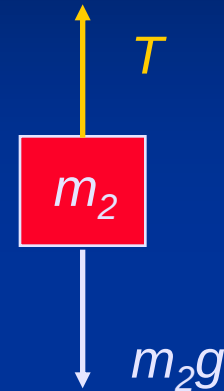


# Problem: Dönen hokey topu & ağırlık...

- Asılı kütle için SCD çiz:
  - $R$  sabit olduğundan  $a = 0$ .



$$T = m_2 g$$



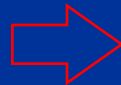
# Problem: Dönen hokey topu & ağırlık...

- Kayan cisim için SCD:

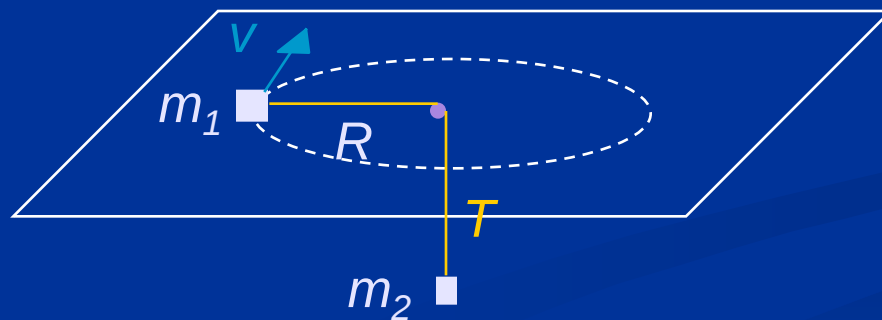
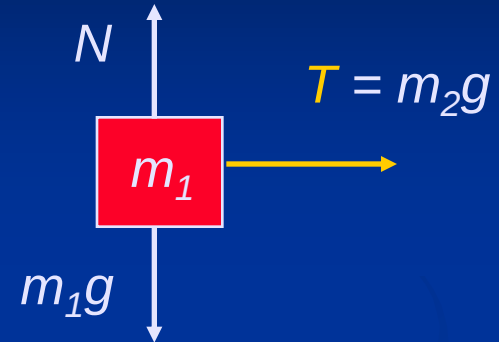
$$F = T = m_1 a$$

burada  $a = v^2 / R$

$$m_2 g = m_1 v^2 / R$$



$$v = \sqrt{gR \frac{m_2}{m_1}}$$



# Özet

- Sürtünme
- Engelleyici kuvvetler
  - Son(uç) hız
- Çok parçacıklı sistemlerin dinamiği
  - Atwood makinesi
  - Eğik düzlemde iki kütleli genel durumlar
  - İlginç problemler