Fizik 101: Ders 2
Bugünün Konusu

- Hatırlatma: Sabit ivmeli 1-D hareket

- 1-D serbest düşme
  - örnek
- Vektörler

- 3-D Kinematik
  - Serbest atış (şut)
  - x ve y bileşenlerinin bağımsızlığı

Sabit ivmeli harekette:

- Hız

$$v = v_0 + at$$

- Yol

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

- t için çözüm:

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

- t yerine konduğunda:

$$x = x_0 + v_0\left(\frac{v - v_0}{a}\right) + \frac{1}{2} a \left(\frac{v - v_0}{a}\right)^2$$

$$\boxed{v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)}$$ ← Zamansız hız formülü

Alternatif türetim

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}\cdot\frac{dx}{dt}$$ (zincir ilkesi)

$$a = v\cdot\frac{dv}{dx} \quad \Rightarrow \quad a\cdot dx = v\cdot dv$$

$$\int_{x_0}^{x} a\,dx = a\int_{x_0}^{x} dx = \int_{v_0}^{v} v\cdot dv$$ (a = sabit)

$$\Rightarrow \quad a(x - x_0) = \frac{1}{2}(v^2 - v_0^2)$$

$$\boxed{v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)}$$

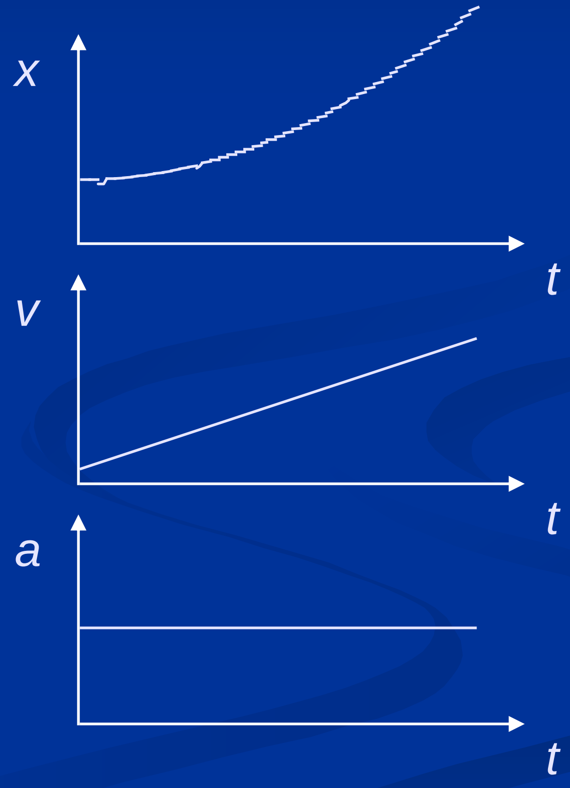
Özet:

- Sabit ivme için :

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$
$$v = v_0 + at$$
$$a = sabit$$

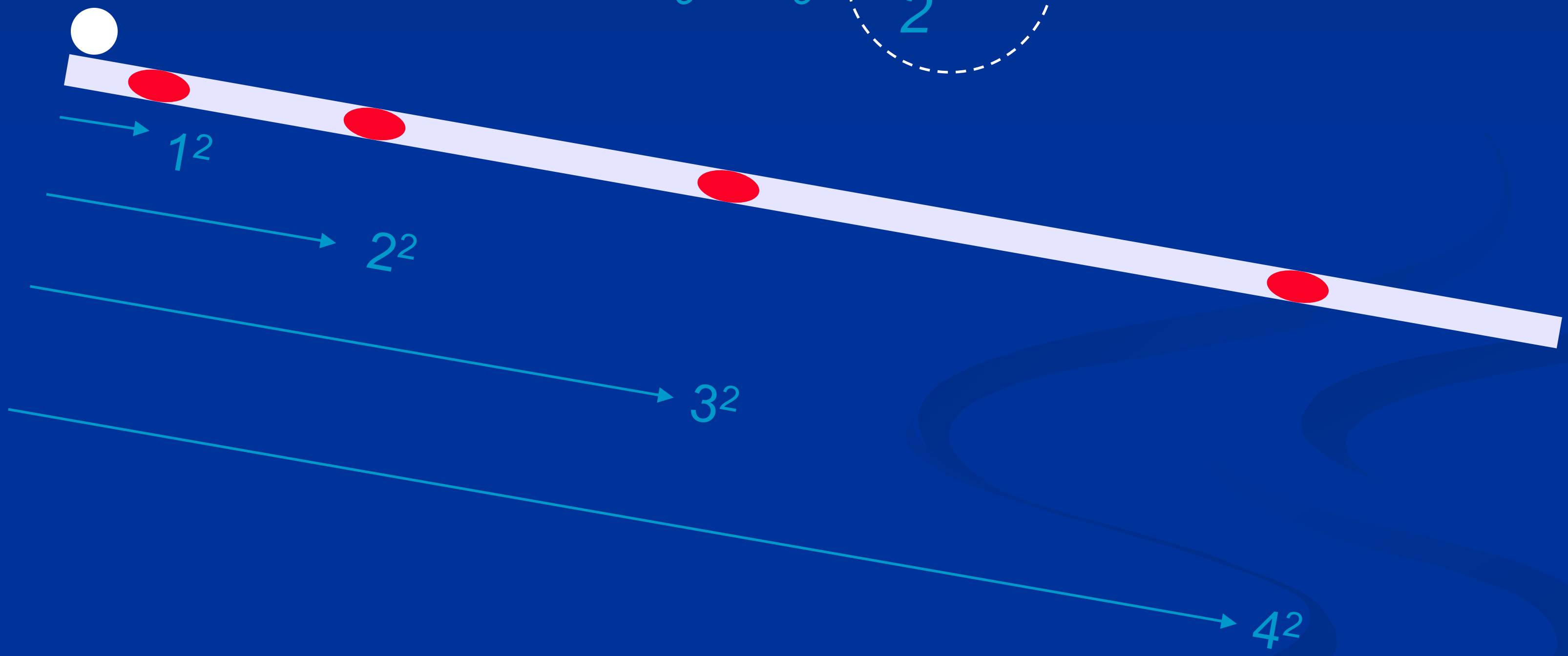
➢ Buradan :

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$
$$v_{av} = \frac{1}{2}(v_0 + v)$$



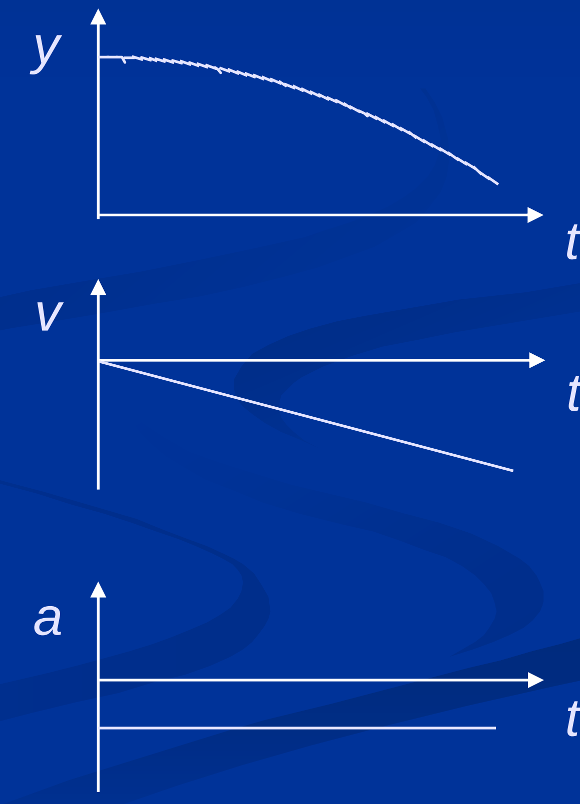
Gördüklerimizin tekrarı :

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$



1-D Serbest Düşme

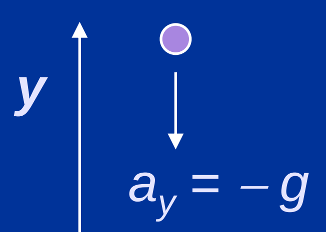
- Sabit ivmeli harekete güzel bir örnek:
- Bu durumda, ivme yer çekim kuvvetiyle oluşur:
  - genelde y-ekseni "yukarı" seçilir.
  - Çekim ivmesi "aşağı":



$$a_y = -g$$

$$v_y = v_{0y} - gt$$

$$y = y_0 + v_{0y}\, t - \frac{1}{2} g\, t^2$$



Yerçekimine dair:

- g maddenin yapısından bağımsızdır!
  - İlk kez Galileo (1564-1642) tarafından keşfedildi!
- Nominal olarak $g = 9.81\ m/s^2$
  - Ekvatorda $g = 9.78\ m/s^2$
  - Kuzey kutbunda $g = 9.83\ m/s^2$
- Dahası birkaç ders sonra!

Problem:

- Bir helikopter pilotu 1000 m yükseklikten bir tuğla parçasını bırakıyor. Havanın sürtünmesini ihmal ederek tuğlanın yere düşmesine kadar geçen zaman nedir ve yere düştüğü andaki hızı nedir?

Problem:

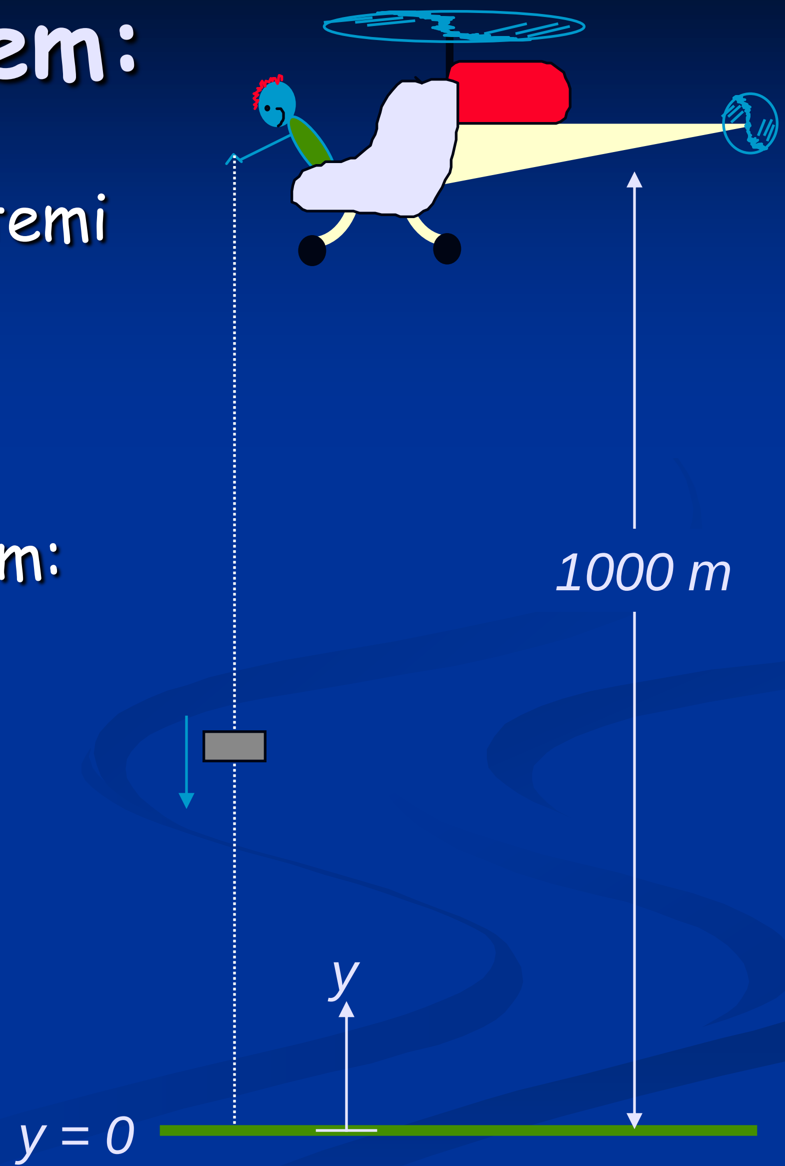
- İlk olarak koordinat sistemi seçelim.
  - Orijin ve *y*-yönü.

- Konum denklemini yazalım:

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

- İlk hız $v_{0y} = 0$.

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2$$



$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2$$

Problem:

- $y = 0$ ve $y_0 = 1000\ m$ zamanı çekersek t

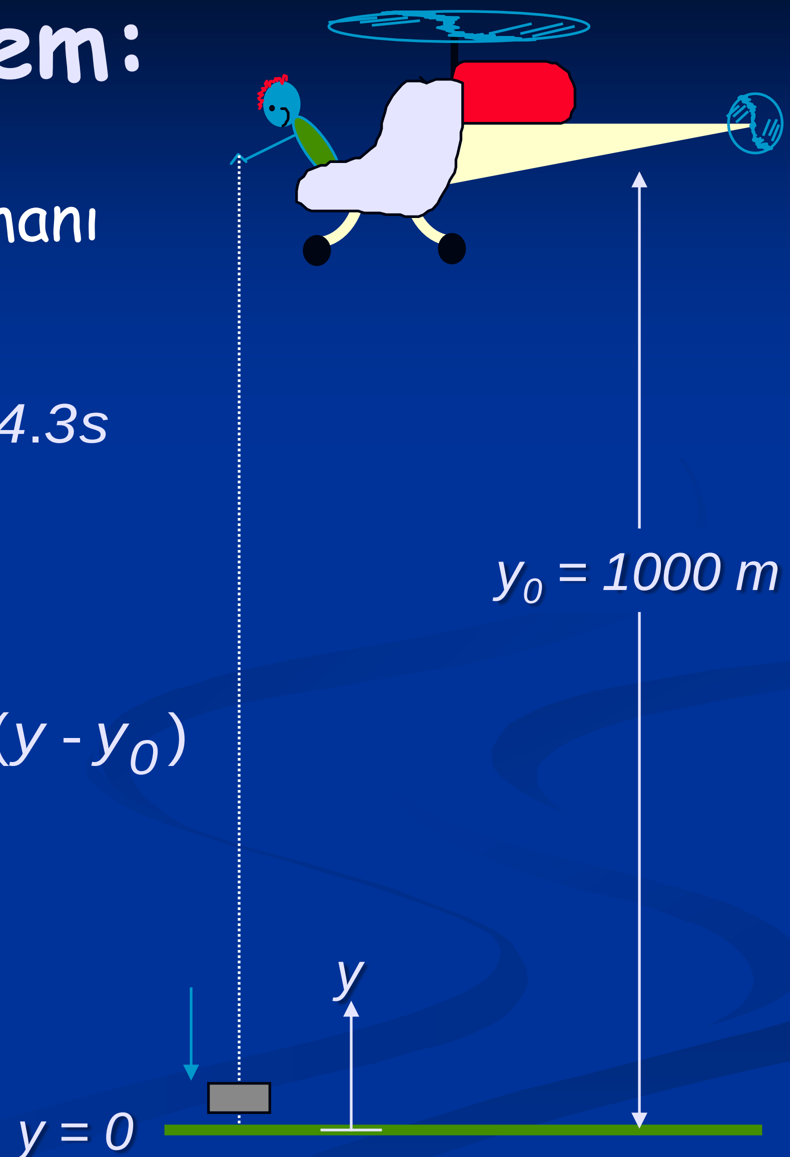
$$t = \sqrt{\frac{2y_0}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 1000m}{9.81 m/s^2}} = 14.3s$$

- Formülden: $v_y^2 - v_{0y}^2 = 2a(y - y_0)$

- V_y çekilirse:

$$v_y = \pm\sqrt{2gy_0}$$

$$= -140\ m/s$$

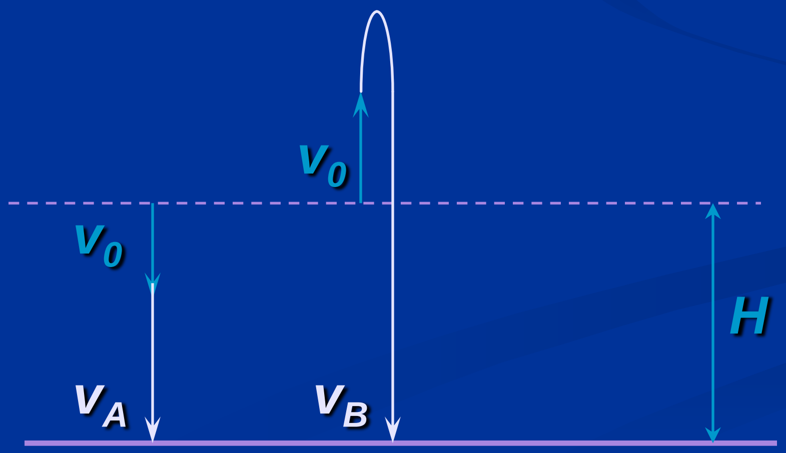


Ders 2, *Soru 1*

1D serbest düşme

- *H* yüksekliğindeki uçurumun kenarında duran biri, iki elindeki iki tenis topunu aynı ilk hızla v_0, sağ elindekini aşağı ve sol elindekini yukarı fırlatıyor. Topların yere düştüğü andaki hızları v_A (aşağı fırlatılan için) ve v_B (yukarı fırlatılan için) ise aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

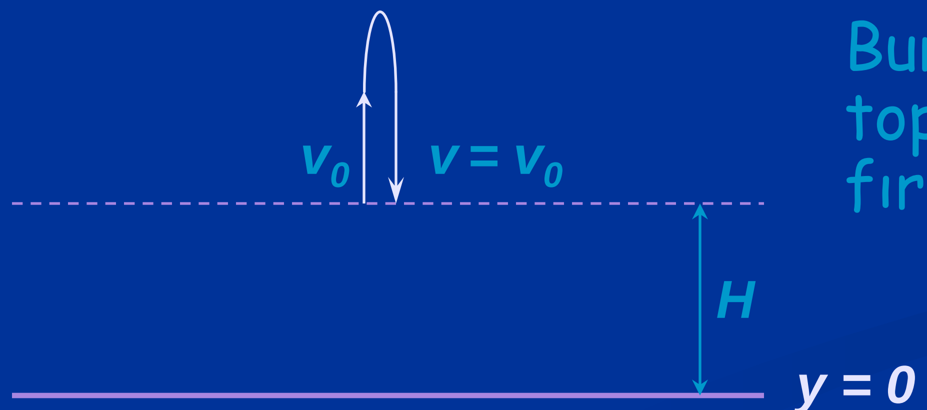
(a) $v_A < v_B$ (b) $v_A = v_B$ (c) $v_A > v_B$



Ders 2, *Soru 1*
1D serbest düşme

- Yukarı ve sonra aşağı olan hareket simetrik olduğundan sezgisel olarak $v = v_0$
  - Bu sezginin doğruluğunun kanıtı:

Denklem: $$v^2 - v_0^2 = 2(-g)(H - H) = 0$$



Burada yukarı fırlatılan topun v_0 hızıyla aşağı fırlatılacağını çıkartırız.

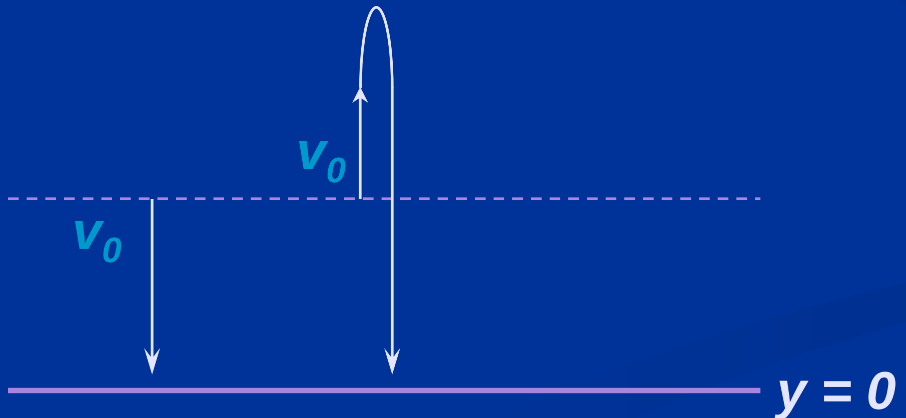
Ders 2, *Soru 1*
1D serbest düşme

- Aynı denklemi kullanarak:

Aşağı fırlatılan top için: $v^2 - v_0^2 = 2(-g)(0 - H)$

Yukarı fırlatılan top için : $v^2 - v_0^2 = 2(-g)(0 - H)$

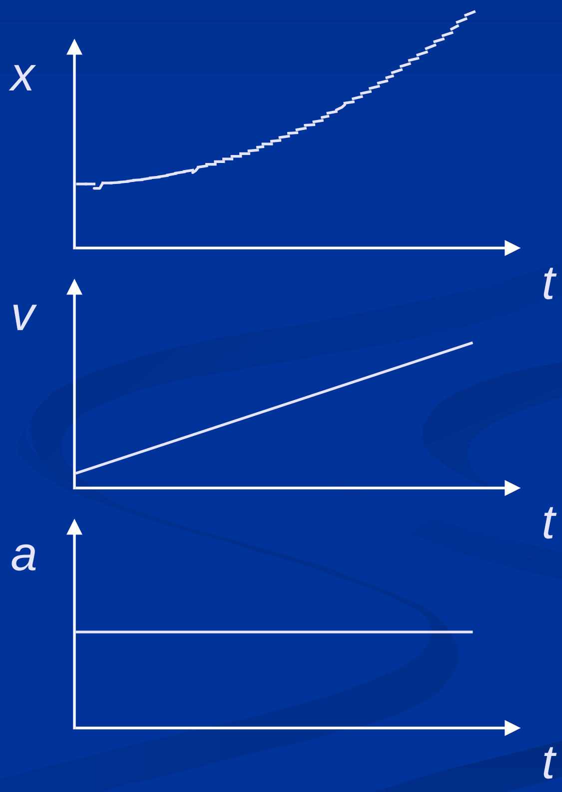
aynı !!



Özet:

- Sabit ivme için :

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$
$$v = v_0 + at$$
$$a = sabit$$



- Buradan :

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$
$$v_{av} = \frac{1}{2}(v_0 + v)$$

Vektörler

- Yönü ve büyüklüğü olan nicelikleri vektörlerle gösteririz.
- Bir boyutta, yönü + yada -.
  örneğin önceki örnekte $a_y = -g$ vs.
- 2 yada 3 boyutta sadece yönü göstermek için işaretten daha fazlası gereklidir:
- Örnek 2 boyutta *konum vektörü* ***r*** :

Örnek: Sivas nerde?

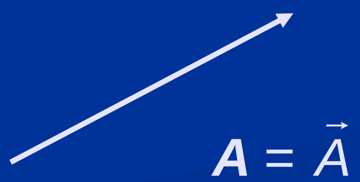
✓ Orijini Ankara seç.

✓ Uzaklık koordinatını (km) ve yönü (N,S,E,W) al.

✓ Bu durumda Sivas'ın Ankara'ya göre konumunu belirten vektör ***r*** Ankara'dan 414 km doğuya yönelen bir vektördür.

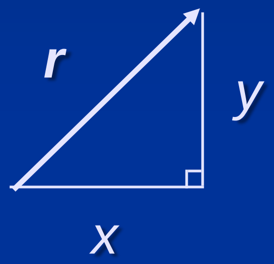
Vektörler...

- Vektörel niceliklerin gösterimleri:
  - Kalın yazılarla: ***A***
  - "ok" işaretiyle: $\vec{\mathrm{A}}$



Vektörler...

- ***r*** vektörünün büyüklüğü (uzunluk) pisagor teoremiyle bulunabilir:



$$|\mathbf{r}| = r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

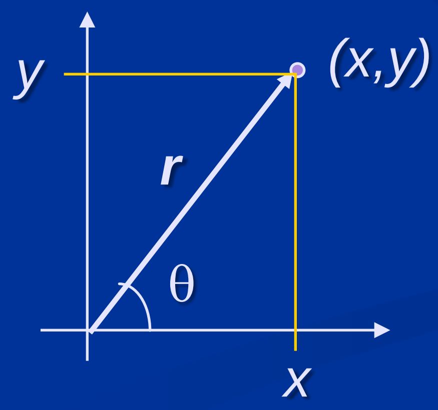
- Vektörün büyüklüğü yöne bağlı **değildir**.

Vektörler...

- $\boldsymbol{r}$ vektörünün bileşenleri (x,y,z) koordinatlarıdır.
  - $\boldsymbol{r} = (r_x, r_y, r_z) = (x,y,z)$

- 2-D olarak göz önüne alırsak (kolay olduğundan):
  - $r_x = x = r \cos \theta$
  - $r_y = y = r \sin \theta$

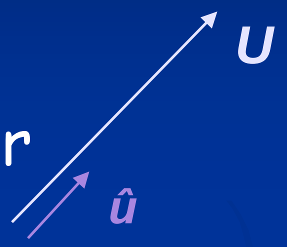
burada $r = |\boldsymbol{r}|$



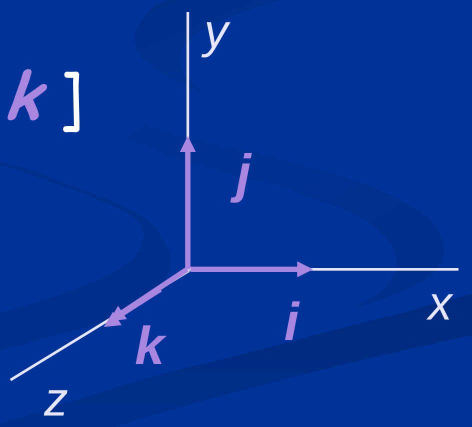
$\theta = \arctan(y / x)$

Birim Vektörler...

- Bir Birim vektör büyüklüğü 1 olan bir vektördür ve birimsizdir.
- Yön göstermek için kullanılır.
- *u* birim vektörü *U* vektörünün yönünü gösterir
  - genellikle "şapka" ile gösterilir: $u = \hat{u}$

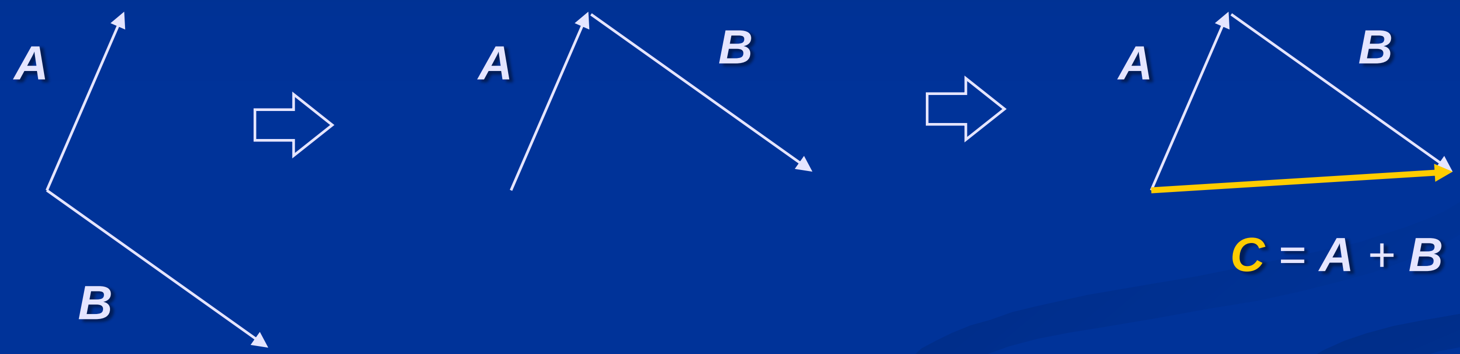


- Örnek: kartezyen birim vektörleri [***i***, ***j***, ***k***]
  - yönelişleri *y* ve *z* eksenleri doğrultusundadır.



Vektör toplamı:

- *A* ve *B* vektörlerini dikkate alalım. *A* + *B* ?

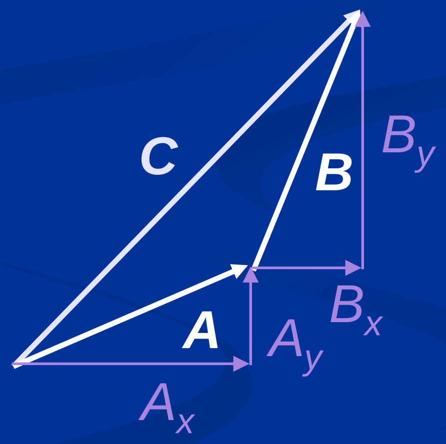


- Yönü ve büyüklüğünü değiştirmeden vektörleri istediğimiz gibi düzenleyebiliriz!

Bileşenleri kullanarak vektör toplamı:

- $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}$ ise:
  - (a) $C = (A_x\,\mathbf{i} + A_y\,\mathbf{j}) + (B_x\,\mathbf{i} + B_y\,\mathbf{j}) = (A_x + B_x)\mathbf{i} + (A_y + B_y)\mathbf{j}$
  - (b) $C = (C_x\,\mathbf{i} + C_y\,\mathbf{j})$

- Bileşenleri karşılaştırırsak :
  - $C_x = A_x + B_x$
  - $C_y = A_y + B_y$



Ders 2, *Soru 2*
Vektörler

- Vektör ***A*** = (0,2,1)
- Vektör **B** = (3,0,2)
- Vektör ***C*** = (1,-4,2)

Toplam vektör D=***A*****+B+*****C*** **nedir?**

(a) *(3,5,-1)* (b) *(4,-2,5)* (c) *(5,-2,4)*

Ders 2, *Soru 2*
Çözüm

$\mathbf{D} = (A_X\boldsymbol{i} + A_Y\boldsymbol{j} + A_Z\boldsymbol{k}) + (B_X\boldsymbol{i} + B_Y\boldsymbol{j} + B_Z\boldsymbol{k}) + (C_X\boldsymbol{i} + C_Y\boldsymbol{j} + C_Z\boldsymbol{k})$

$= (A_X + B_X + C_X)\boldsymbol{i} + (A_Y + B_Y + C_Y)\boldsymbol{j} + (A_Z + B_Z + C_Z)\boldsymbol{k}$

$= (0 + 3 + 1)\boldsymbol{i} + (2 + 0 - 4)\boldsymbol{j} + (1 + 2 + 2)\boldsymbol{k}$

$= \{4,-2,5\}$

İki vektörün skaler çarpımı:

- $C = A \cdot B = A\ B\ Cos(\theta)$

  (a) $C = (A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}) \cdot (B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} + B_z \mathbf{k})$

  $(A_x B_x) + (A_y B_y) + (A_z B_z)$

İki vektörün vektörel çarpımı:

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = |A||B| \mathrm{Sin}\,\theta\, \hat{c}$$

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \hat{i} \begin{vmatrix} A_y & A_z \\ B_y & B_z \end{vmatrix} - \hat{j} \begin{vmatrix} A_x & A_z \\ B_x & B_z \end{vmatrix} + \hat{k} \begin{vmatrix} A_x & A_y \\ B_x & B_y \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}\,\underbrace{(A_x B_z - A_z B_y)}_{C_x} - \hat{j}\,\underbrace{(A_x B_z - A_z B_x)}_{C_y} + \hat{k}\,\underbrace{(A_x B_y - A_y B_x)}_{C_z}$$

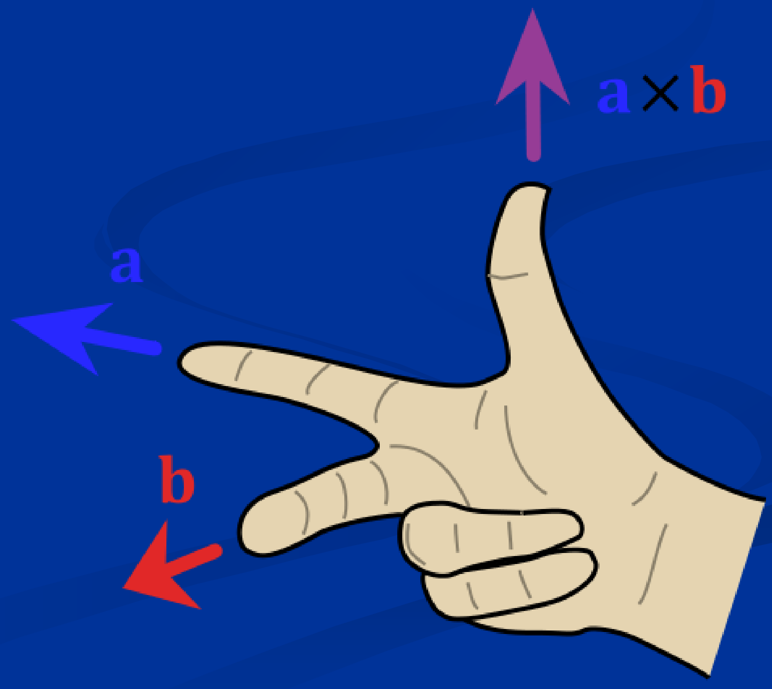
Özel not

$$\hat{i}\bullet\hat{i}=1 \qquad \hat{i}\bullet\hat{j}=0 \qquad \hat{i}\times\hat{i}=0 \qquad \hat{i}\times\hat{j}=k \qquad \hat{j}\times\hat{k}=\hat{i} \qquad \hat{k}\times\hat{i}=\hat{j}$$

$$\hat{j}\bullet\hat{j}=1 \qquad \hat{i}\bullet\hat{k}=0 \qquad \hat{j}\times\hat{j}=0 \qquad \hat{j}\times\hat{i}=-k \qquad \hat{k}\times\hat{j}=-\hat{i} \qquad \hat{i}\times\hat{k}=-\hat{j}$$

$$\hat{k}\bullet\hat{k}=1 \qquad \hat{k}\bullet\hat{j}=0 \qquad \hat{k}\times\hat{k}=0$$

- Vektörel çarpımda yön bulmak için sağ el kuralı uygulanır.



Üç Boyutta (3-D) Kinematik

- İlgilenilen parçacığın konumu, hızı ve ivmesi 3 boyutta:

$$\mathbf{r} = x\,\mathbf{i} + y\,\mathbf{j} + z\,\mathbf{k}$$

$$\mathbf{v} = v_x\,\mathbf{i} + v_y\,\mathbf{j} + v_z\,\mathbf{k}$$

$$\mathbf{a} = a_x\,\mathbf{i} + a_y\,\mathbf{j} + a_z\,\mathbf{k}$$

(*i* , *j* , *k* *birim vektörler*)

- Bir boyutta (1-D) kinematik denklemlerini gördük.

$$\boxed{x = x(t) \qquad v = \frac{dx}{dt} \qquad a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}}$$

3-D Kinematik

- 3-D için, denklemin her bir bileşeni için 1-D denklemlerini uygularız.

$$x = x(t) \qquad y = y(t) \qquad z = z(t)$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} \qquad v_y = \frac{dy}{dt} \qquad v_z = \frac{dz}{dt}$$

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad a_y = \frac{d^2y}{dt^2} \qquad a_z = \frac{d^2z}{dt^2}$$

- Bileşenler vektör olarak birleştirilip tek bir ifade halinde yazılabilir:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) \qquad \mathbf{v} = d\mathbf{r} / dt \qquad \mathbf{a} = d^2\mathbf{r} / dt^2$$

3-D Kinematik

- Sabit ivmeli hareket için integre ederek:
  - $\mathbf{a}$ = *sabit*
  - $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a}\, t$
  - $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0\, t + {}^1/_2\, \mathbf{a}\, t^2$

(burada hepsi $\mathbf{a}$, $\mathbf{v}$, $\mathbf{v}_0$, $\mathbf{r}$, $\mathbf{r}_0$, vektördür.)

2-D Kinematik

- İvme sabit ise 3-D problemlerinin pek çoğu 2-D problemine indirgenebilir:
  - *y* ekseni ivme yönü olarak seçilir
  - *x* ekseni hareketin başka yönü için seçilir.

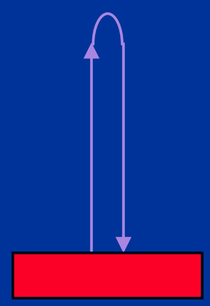
- **Örnek**: hava sürtünmesini ihmal ederek bir tenis topunu fırlatırsak
  - İvme sabit (yerçekim ivmesi::gravitasyon)
  - *y* ekseni yukarı doğru seçilir: $a_y = -g$
  - *x* ekseni hareketin yere paralel bileşeni için seçilir.

Hareketin “x” ve “y” bileşenleri birbirinden bağımsızdır.

- Trende bir adam elindeki topu havaya fırlatıyor.

  Bu harekete iki referans noktasından bakış:

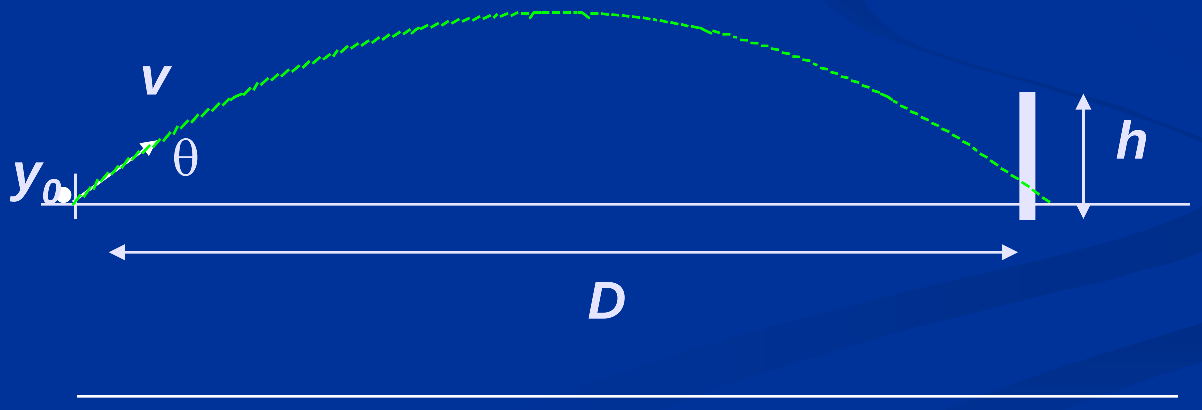
Trenden bakış



Yerden bakış

Problem:

- Bir serbest atışta orta sahadan *v* ilk hızı ve yer paraleli ile 30° (θ) açı yaparak şutlanan bir topun "kalecinin uykuda olması" halinde gol olabilmesi için ilk hızı hangi aralıkta olmalıdır? Orta sahanın kaleye uzaklığı 55 m (*D*) ve kale direğinin yüksekliği 2.44 m (**h**) dir.



Problem...

- *y* eksenini yukarı seç.
- *x* eksenini yere paralel ve topun vurulma yönünde seç.
- Orijin *(0,0)* : topun vurulduğu nokta.
- Başlangıç koşulları : $t = 0,\ x = x_0 = 0$

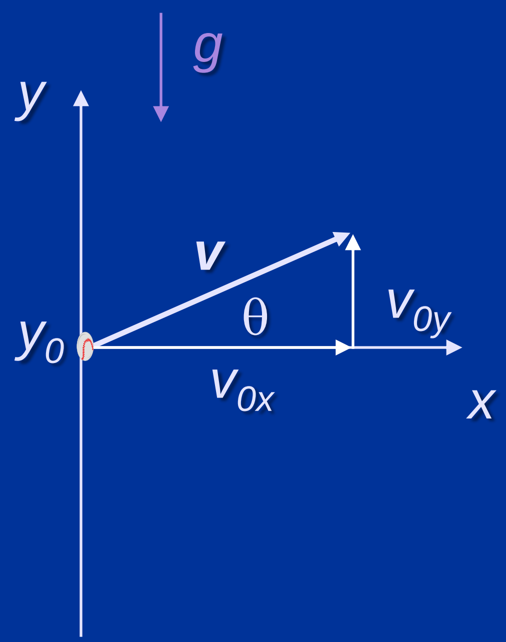
  - Hareket denklemleri:

$$v_x = v_{0x} \qquad v_y = v_{0y} - gt$$

$$x = v_x t \qquad y = y_0 + v_{0y}\,t - {}^{1}/_{2}\, gt^2$$

Problem...

- Geometriyi kullanarak v_{0x} ve v_{0y} bulabiliriz.



$$v_{0x} = |\mathbf{v}| \cos\theta.$$
$$v_{0y} = |\mathbf{v}| \sin\theta.$$

Problem...

- Kaleye ulaşma zamanı: $t = D / v_x$ (basit!)
- Hareketin y bileşeni denklemi: $y(t) = y_0 + v_{0y} t + a t^2 / 2$
- Gerisi sayıları yerine koymak:

- arananlar:
  - $v_x = v \cos(30)$ m/s
  - $v_y = v \sin(30)$ m/s
  - $t = (D$ m$) / v_x$ m/s
  - $y(t) = (0.0$ m$) + (v_y$ m/s$)\ t - \frac{1}{2}\ g$ m/s$^2)(t$ s$)^2$

Özetle...

- Sabit ivmeli 1-D hareket.
- 1-D serbest düşme
- Vektörler
- 3-D Kinematik