DENEY 5

DÖNME HAREKETİ

AMAÇ

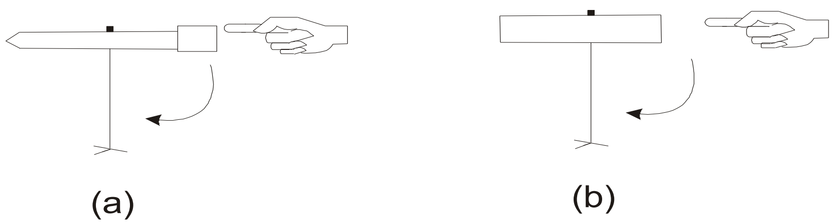
Deneyin amacı merkezinden geçen eksen etrafında dönen bir diskin dinamiğini araştırmak, açısal ivme, açısal hız ve eylemsizlik momentini hesaplamak ve mekanik enerjinin korunumu göstermektir.

TEORİ

Bugüne kadar doğrusal hareket eden bir cismin kinematiğini ve dinamiğini çalıştık. Bu deneyle katı bir cismin *dönme hareketini* çalışacağız. **Katı cisim**, tanımlı ve değişmeyen şekil ve boyuttaki bir cismi ideal olarak ifade eden bir modeldir. Katı bir cismin dönme hareketini çalışabilmek için bu çeşit hareketi tanımlayan yeni fiziksel kavramlara ihtiyacımız vardır.

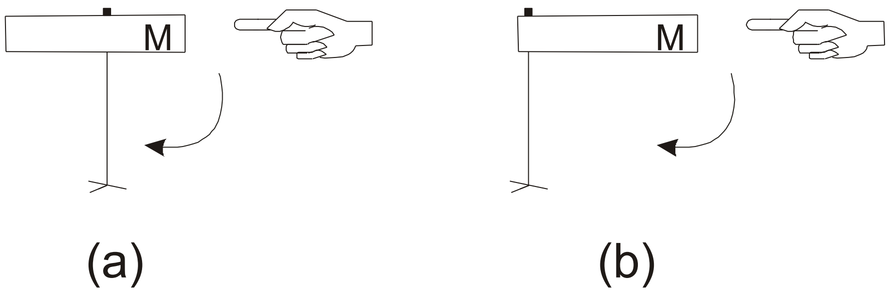
Şekil 5-1. Kütleleri m ve M (M>m) olan iki cisme etki eden aynı net kuvvet $\vec{F}$.
(a)şeklindeki cismin hareketindeki değişiklik (b)cismine göre daha büyüktür.

Doğrusal harekette, kütlesi *m* ve *M (M>m)* (bakınız Şekil 5-1) olan iki cisme aynı büyüklükte kuvvet uygulanırsa, küçük kütleli cisim daha büyük ivme ile hareket eder. Başka bir deyişle, kuvvet küçük kütleli cismin hareketinde büyük kütleliye göre daha büyük değişikliğe sebep olacaktır. Dolayısıyla, kütle eylemsizliği niteler ve kütle ne kadar artarsa eylemsizlikte o kadar artar. Newton'un ikinci yasasında $\vec{F} = m\vec{a}$ belirtilen kütleye bu sebeple **eylemsizlik kütlesi** denir.



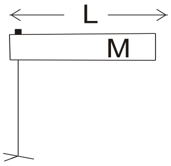
Şekil 5-2. Kalemi (a) ve metal çubuğu (b) aynı kuvvetle döndürülüyor. Kalemi döndürmek çubuğu döndürmekten kolaydır.

Şimdi aynı boyutlara sahip bir kalemin ve bir metal çubuğun dönme hareketine bakalım (Şekil 5.2). Bilindiği üzere kalemi döndürmek çubuğu döndürmekten daha kolaydır. Bu durumda, fiziksel olarak çubuğun **eylemsizlik momentinin** kaleme göre daha büyük oluğunu söyleriz. Eylemsizlik momenti sadece katı cismin kütlesine bağlı değildir. Şekil 5.3 te görüldüğü üzere aynı kütleli çubuk farklı eksenlerde döndürülmek istenmektedir.

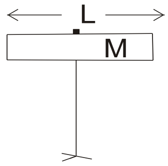


Şekil 5-3. Eşit kütleli iki metak çubuk farklı eksenlerde döndürülüyor. (a) çubuğunu hareket ettirmek (b) çubuğunu hareket ettirmekten kolaydır.

Şekil 5.3b deki çubuğu hareket ettirmek daha zordur. Çünkü iki çubukta eşit kütleye sahip olmasına rağmen (b) deki çubuğun eylemsizlik momenti daha büyüktür. Bundan dolayı eylemsizlik momenti kütleye ek olarak dönme eksenine de bağlı değişir. Şekil 5.4 bazı homojen simetrik katı cisimler için eylemsizlik momentini verir.

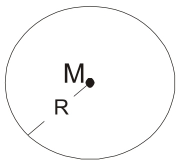


(a) $I = \frac{1}{3} ML^2$

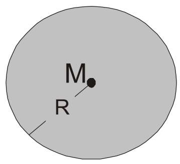


(b) $I = \frac{1}{12} ML^2$

Disk



Katı Küre

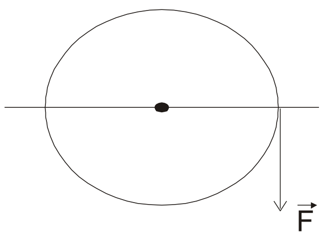


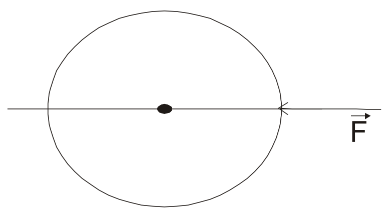
(c) $I = \frac{1}{2} MR^2$

(d) $I = \frac{2}{5} MR^2$

Şekil 5-4. Farklı eksenlerde dönen bazı homojen simetrik cisimlerin eylemsizlik momentleri.

Newton'un ikinci yasasından bildiğimiz üzere, durmakta olan bir cisme net bir kuvvet uygulandığında cisim ivmeli hareket eder. Herhangi bir kuvvet durgun bir katı cismi dönme hareketi haline geçirebilir mi? Bu soruya cevap verebilmek için aşağıdaki şekle (Şekil 5-5) bakınız.





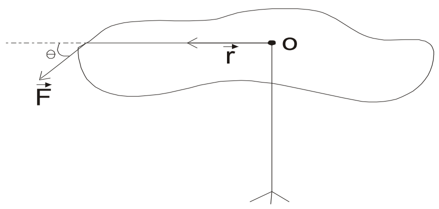
(a) (b)

ŞEKİL 5-5. (a) Diske teğet kuvvet $\vec{F}$ diski merkezinden geçen eksene göre serbestçe döndürebilir (b) Aynı büyüklükteki kuvvet dönmeye sebep olamaz.

Diske teğet uygulanan kuvvet diski merkezinden geçen eksen etrafında döndürebilir. Diğer taraftan Şekil 5-5 (b) de gösterilen kuvvet diskin merkezine uygulandığından diski döndürmez. Bu gözlemlerden, net bir kuvvet katı bir cismi her zaman döndürmeye sebep olmayabilir. Fiziksel olarak kuvvetin yaratacağı **tork** cismin dönme hareketindeki değişikliğe sebep olacaktır. Bir noktaya ya da bir eksene göre tork Γ aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\vec{\Gamma} = \vec{r} x \vec{F} \qquad (5\text{-}1)$$

Eşitlikteki $\vec{r}$ dönme ekseni ile kuvvetin uygulandığı nokta arasındaki vektördür. (bakınız Şekil 5-6). Görüldüğü üzere tork vektörel bir büyüklüktür.



Şekil 5-6. Eşitlikteki θ açısı; $\Gamma = rF \sin\theta$

Eşitlik 5-1 ve vektörel çarpım tanımını kullanarak aşağıdaki eşitliğe ulaşabiliriz:

$$\Gamma = rF \sin\theta \qquad (5\text{-}2)$$

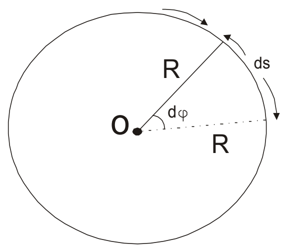
Eşitlikteki θ, $\vec{r}$ ve $\vec{F}$ arasındaki açıdır (bakınız Şekil 5-6). Yukarıdaki eşitlik net kuvvetin Şekil 5-5a daki dönmeye sebep olduğunu göstermektedir. Şekil 5-5b de ise net kuvvet dönmeye sebep olmamıştır, çünkü, θ açısı sıfır olduğundan $\Gamma = 0$ dır.

Bir cisme uygulana net kuvvet net ivmeye, katı cisim üzerine etkiyen net tork da **açısal ivmeye** α sebep olur.

$$\vec{\Gamma} = I\vec{\alpha} \qquad (5\text{-}3)$$

Eşitlikte I katı cismin dönme eksenindeki eylemsizlik momentidir.

Şimdi açısal hızı ve açısal ivmeyi tanımlayalım. Aynı zamanda orijin olan merkezinden geçen eksen etrafında dönen, katı bir diski düşünelim ve bu diskin kenarında bulunan bir noktayı ele alalım (Şekil 5-7).



Şekil 5-7. ds mesafesi ve $d\varphi$ açısındaki infinitesimal zamanda değişiklik

dt uzunluğundaki bir sürede, seçilen nokta, diskin kenarı üzerinde ds kadarlık bir yol alırken, yarıçap R de $d\varphi$ kadar bir açı tarar. Buna göre diskin kenarı üzerinde bulunan bu noktanın çizgisel hızının büyüklüğü;

$$v = \frac{ds}{dt} \qquad \text{..............................} \qquad (5\text{-}4)$$

Hızın zamana göre değişimi olan çizgisel ivme;

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}. \qquad \text{..} \qquad (5\text{-}5)$$

Birimi radyan olan φ açısının, zamana göre değişimi olan dönen diskin açısal hızı;

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \qquad (5\text{-}6)$$

ve bu durumda açısal ivme de;

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \qquad \text{..................................}(5\text{-}7)$$

bağıntılarıyla hesaplanır.

Şekil 5-7'de görülen **ds** yayının uzunluğu, $Rd\varphi$'ye eşittir. Yarıçapın sabit olduğu da düşünülerek, 5-4 bağıntısı yeniden düzenlenirse;

$$v = \frac{ds}{dt} = R\frac{d\varphi}{dt} = R\omega \text{ ....} \qquad ($$

bağıntısı ortaya çıkar. Benzer bir şekilde

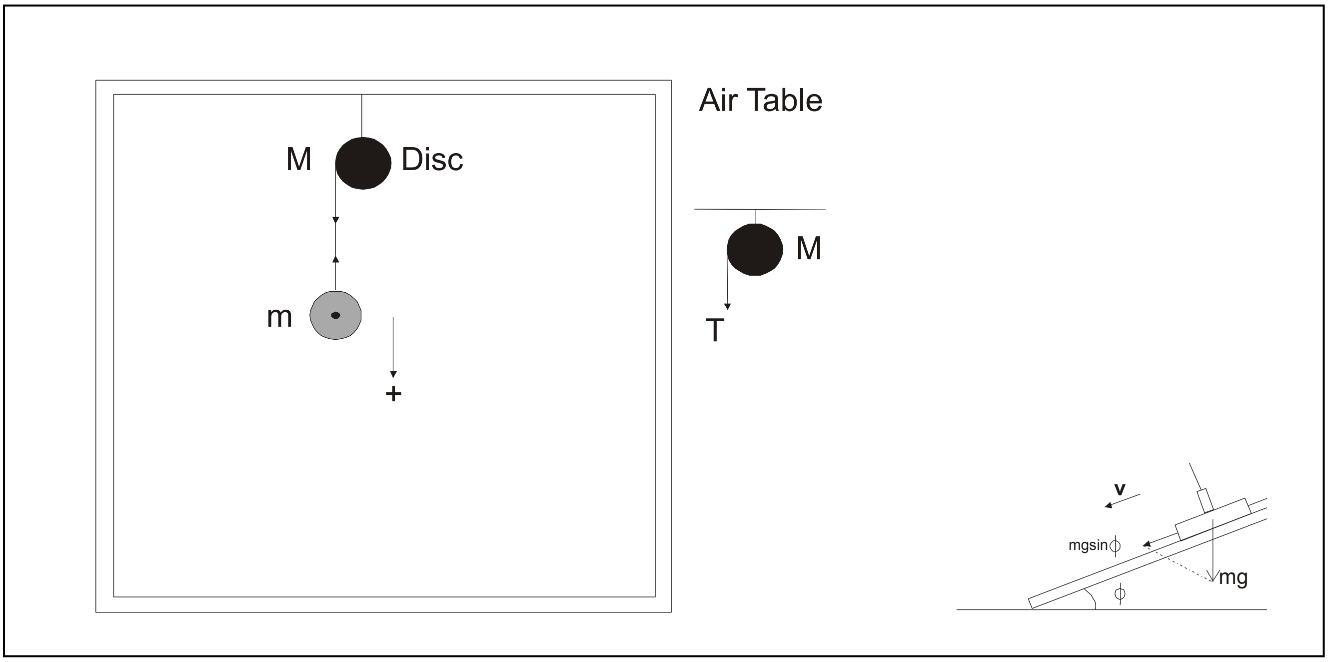
$$a = R\alpha \text{ 'dir.} \qquad \text{..............................}(5\text{-}9)$$

Yukarıda verilen açısal hız ve açısal ivme bağıntıları, birimleri de tanımlar. SI birim sisteminde hızın birimi m/s ve yarıçapınki de m'dir. Buna göre 5-8 denkleminden de görüleceği gibi ω'nin birimi 1/s'dir. Aynı şekilde , α'nın birimi de 1/s^2'ye eşittir.

Çizgisel ve dönel hareketteki kinematik ve dinamik özellikler arasında, yukarıdaki çıkarımlardan da açıkça görüldüğü gibi yakın bir benzerlik vardır. Bu benzerlik tablo 7-1'de özetlenmiştir.

Çizgisel Hareket	**Dönel Hareket**
v	ω
a	α
m	I
$\vec{F} = m\vec{a}$	$\vec{\Gamma} = I\vec{\alpha}$
$v(t) = v_o + at$	$\omega(t) = \omega_o + \alpha t$
$K.E. = \frac{1}{2}mv^2$	$K.E = \frac{1}{2}I\omega^2$

Tablo 5-1. Çizgisel ve dönel hareketin, kinematik ve dinamik özellikleri arasındaki benzerlikler



(a) (b)

Şekil 5-8. Deney Düzeneği

Bu deneyde şekil 5-8'de gösterilen düzenek kullanılacaktır. Merkezinden geçen eksen etrafında serbestçe dönebilen, M kütleli katı makara, eğimli hava masasının üst kenarına monte edilmiştir. Bu makaranın etrafına da, ucunda m kütleli bir disk bulunan ip sarılmıştır. Sistemin duruştan serbest bırakılmasıyla, askıdaki m kütleli disk eğimli hava masasında aşağı doğru ivmelenecek ve M kütleli makara da dönmeye başlayacaktır. İpteki T büyüklüğündeki gerilme de, makaranın dönmesine yol açan torku yaratan kuvvet olarak etki edecektir. Askıdaki diske etki eden kuvvetler şekil 5-8b'de gösterilmiştir.

Newton'un 2.yasasına göre aşağıdaki bağıntıyı yazabiliriz:

$$mg\sin\phi - T = ma \qquad \text{................................(5-10)}$$

Denklemde ϕ, hava masasının eğimini veren açı ve **a** da diskin çizgisel ivmesidir.

Yarıçapı R olan ve dönen makaranın açısal ivmesi, çizgisel ivmeyle denklem 5-9'da gösterildiği gibi bağıntılıdır.

$$a = R\alpha$$

İpteki T gerilmesinin yarattığı tork ise;

$$\tau = RT = I\alpha \qquad \text{................................(5-11)}$$

bağıntısıyla hesaplanır. Burada ***I*** makaranın eylemsizlik momentini simgelemektedir. Eğer sistem, duruştan serbest bırakılırsa, t kadarlık bir süre sonra, diskin çizgisel hızı;

$$v = at \text{ ....}$$

Aynı şekilde, dönen makaranın açısal hızı da;

$$\omega = \alpha t \qquad (5\text{-}13)$$

formülleriyle hesaplanır.

Disk, yaptığı çizgisel harekete bağlı olarak, makara da yaptığı çizgisel ve dönel hareketlere bağlı olarak bir kinetik enerjiye sahiptir. Sistemin o andaki toplam kinetik enerjisini veren bağıntı ise aşağıdaki gibidir:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \qquad \text{.. (}$$

Diskin düzlem boyunca aşağı doğru inmesiyle, sahip olduğu potansiyel enerji, diskin çizgisel ve makaranın da dönel kinetik enerjilerine dönüşür. Sürtünme ihmal edilirse, enerjinin korunumu;

$$\Delta K = -\Delta U \,, \qquad \text{...........................} \qquad (5\text{-}15)$$

şeklinde ifade edilir. Burada Δ enerjideki değişimi simgelemektedir. Buna göre sistemin enerjisini aşağıdaki bağıntıyla gösterebiliriz:

$$mg(\Delta d)\sin\phi = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \qquad \text{..} \qquad (5\text{-}16)$$

Burada Δd ,diskin eğimli düzlemde aldığı yoldur.

ARAÇLAR:

- Hava Masası
- Tahta blok
- Dönen Makara
- İp
- Milimetre Taksimatlı Cetvel
- Milimetrik grafik kağıdı.

DENEYİN YAPILIŞI:

Bu deney, eğik durumdaki hava masası kullanılarak yapılacaktır. Onun için hava masası öncelikle yatay konuma, sonra da tahta blok yardımıyla eğimli hale getirilmelidir. Eğim açısının ϕ sinüs değeri, tahta bloğun üstünde mevcuttur.

1. İpin bir ucunu, dönen M makarasına bağlayın. Daha sonra ipi birkaç kez makaranın kenarında döndürün ve askıdaki diske de ipin diğer ucunu iliştirin. Deneyde sadece bir tane disk kullanılacağı için, diğer diski altına katlanmış bir kağıt koyarak, hava masasının alt köşesinde tutun.

2. Askıdaki diski, ipin gerilmesini sağlayacak şekilde ayarlayın. Sonra sadece (P) ayak pedalına basarak, diskin eğik düzlemde düşmesini sağlayın. Makaranın yaptığı dönel hareketi gözlemleyin ve bunu uygun bir hareket elde edene kadar tekrarlayın.

3. Şimdi askıdaki diski yine bir önceki gibi ayarladıktan sonra uygun bir sparktimer frekansı seçin (20 veya 10 Hz). S ve P ayak pedallarını birbirinin üstüne koyun ve eş zamanlı olarak pedallara basın ve disk eğik düzlemin altına ulaşana kadar pedalları basılı tutun.

4. Veri kağıdını çekin ve üzerinde oluşan noktaları kontrol edin. Diskin eğrisi düz bir çizgi mi? Noktalar eşit aralıklarla mı ayrılmış? Yoksa noktalar arasındaki uzaklıklar zamanla artmış mı? Ne tür bir eğri ve nasıl bir nokta dağılımı bekleniyordu? Gözlemlediğiniz veri beklediğiniz gibi mi? Bu soruların ve onlara verdiğiniz cevapların doğrultusunda, verinizi değerlendirin. Verinizin uygun olmadığını düşünüyorsanız deneyi tekrarlayın.

5. İlk noktadan başlayarak noktaları 0,1,2,.... şeklinde numaralandırın ve her noktanın 0 noktasıyla arasındaki zaman farkını ve uzaklığı ölçerek, bu bilgileri olası hata paylarıyla birlikte Tablo 5-2'ye yazın.

6. Tablo 5-2'deki değerleri kullanarak x- t^2 grafiği çizin. Pozitif x-yönünü, hareket yönü olarak alın. En iyi çizgiyi çizdikten sonra grafiğin eğimini bulun. Ve daha sonra bunu kullanarak askıdaki diskin çizgisel ivmesini hesaplayın.

7. (5-9) bağıntısını kullanarak dönen makaranın açısal ivmesini bulun

8. Askıdaki diskin ağırlığını ölçün ve (5-10) bağıntısını kullanarak ipte oluşan gerilmeyi hesaplayın. Daha sonra (5-11) formülünden yararlanarak bu gerilimin yarattığı torku ve $\Gamma = I\alpha$ bağıntısıyla da makaranın eylemsizlik momentini bulun.

9. 5.aralığın sonunda askıdaki diskin çizgisel hızını ve dönen makaranın açısal hızını bulun ve bu sonuçları kullanarak sistemin toplam anlık kinetik enerjisini hesaplayın. (5-16) bağıntısını kullanarak enerji korunumunu ispatlayın.

Adı Soyadı:
No:
Bölüm:
Şube:

Deney 5-RAPOR

DÖNME HAREKETİ

AMAÇ:

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

1. Verilerinizi aşağıdaki tabloda (5-2) gösterin.

Nokta Sayısı	$x \pm \Delta x\ (cm)$	$t \pm \Delta t (s)$	$t^2\ \pm \Delta t^2\ (s^2)$
0	0	0	0
1			
2			
3			
4			
5			
6			

Tablo 5-2

2. x-t^2 grafiğini kullanarak, diskin çizgisel ivmesini hesaplayın. (İşlemlerinizi gösteriniz.)

$a \pm \Delta a =$ ....

3. Makaranın yarıçapını ölçüp, bulduğunuz sonucu anlamlı sayıları göz önünde bulundurarak yazın.

$R \pm \Delta R =$ ....

4. Makaranın açısal ivmesini (α) bulun. Hesaplamada yaptığınız işlemleri gösterin ve ivmeyi anlamlı sayıları ve birimleri doğru kullanarak yazın.

$\alpha =$ ....

....

....

....

5. İpteki gerilmeyi (T), torku ***(Γ)*** ve makaranın eylemsizlik momentini ***(I)*** hesaplayın. Hesaplamada yaptığınız işlemleri gösterin ve sonuçları anlamlı sayıları ve birimleri doğru kullanarak yazın.

$T =$ ....

$\Gamma =$ ....

$I =$..................................

....

....

....

6. Çizgisel hızı (v) *ve açısal* hızı (ϖ) bulun. Hesaplamada yaptığınız işlemleri gösterin ve sonuçları anlamlı sayıları ve birimleri doğru kullanarak yazın.

$v =$ ....

$\varpi =$ ....

....

....

7. **Makaranın** **ve** **diskin**, çizgisel ve dönel kinetik enerjilerini hesaplayın. Hesaplamalarınızı tüm detaylarıyla gösterin ve doğru birimlerle yazın.

....

....

....

....

....

....

....

....

8. Mekanik enerjinin korunduğunu (bütün işlemleri göstererek) ispat edin.

....

....

....

....

....

....

....

Deneyin Sonucu ve Tartışmalar:

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………